Evidències de l’assignatura Vehicles Aeroespacials (220013)
Quadrimestre Q3, curs 2020-2021

Procés d'acreditació del programa d'estudis GRETA / GREVA

Coordinador de l’assignatura: Enrique García Melendo.
Professor agregat.
ESIAAT/UPC

ÍNDEX

Assignatura	Vehicles Aeroespacials
CODI	220013

ENUNCIATS DE L'EXAMEN PARCIAL

PROBLEMA 1) Volem comprovar com afecten les pertorbacions gravitatòries als paràmetres finals de l'òrbita heliocèntrica d'una sonda que haurà de trobar-se amb Júpiter i que passa a una certa distància del planeta Mart. L'òrbita de trobada té el seu periheli en l'òrbita de la Terra i el seu afeli a 7.0 UA (Júpiter orbita el Sol a 5.2 UA), però prèviament sobrevola Mart (que es troba entre Júpiter i la Terra) a 20000 km de distància del centre del planeta. Determinar el següent:

a) Sabent que l'excés de velocitat de la sonda quan entra en la SOI de Mart és $\vec{V}_{\infty}^{-} = 14175.2\,\hat{e}_r + 1890.57\,\hat{e}_\theta\ (m/s)$, calcular l'angle de gir δ i prendre el valor positiu. *(1 Punt)*

b) Si la velocitat orbital de Mart en el punt de trobada amb la sonda és $\vec{V}_M = 2188.56\,\hat{e}_r + 24788.00\,\hat{e}_\theta\ (m/s)$, calcular la velocitat heliocèntrica de la sonda després de la trobada amb Mart. *(0.5 Punts)*

c) Calcular la pertorbació que experimenta la velocitat heliocèntrica de la sonda com la diferència entre les velocitats heliocèntriques de la sonda després i abans del seu acostament al planeta vermell. *(0.5 Punts)*

d) La trobada amb Mart es produeix a una distància de 1.47681 UA del Sol, determinar el nou afeli de la sonda. Comparar-ho amb l'afeli de l'òrbita original i comentar. *(2 Punts)*

Paràmetre de massa del Sol: μ_S = 1.327×10^{20} m^3 s^{-2}.
Paràmetre de massa de Mart: μ_M = 4.283×10^{13} m^3 s^{-2}.
1 Unitat Astronòmica: 1 UA = 1.496×10^{11} m.

PROBLEMA 2) Un globus meteorològic té un volum de 15000 m^3 i una massa, sense comptar amb el gas, de 300 kg. El globus està ple d'hidrogen amb una densitat de 0.11 kg/m^3. Suposant que el globus no canvia de volum, a quina altitud podrà arribar? Considerar les dades següents de l'atmosfera en la qual es troba immers el globus:

Pressió a nivell del mar: P_0 = 101325 Pa.
Temperatura a nivell del mar: T_0 = 288.16 K
Constant de l'aire: R = 287 J Kg^{-1} K^{-1}

Acceleració de la gravetat: g = 9.81 m s^{-2}

Regió de l'atmosfera	Gradient vertical de temperatura (K km^{-1})
0 km a 11 km	-6
11 km a 25 km	0
25 km a 47 km	+3.5

(1 Punt)

PROBLEMA 3) Estem en un ascensor que comença a pujar a la planta baixa d'un gratacel. Els timpans, molt sensibles a la variació de pressió, noten que la pressió cau un 3% cada minut. <u>Usar la derivada material</u> per a determinar la velocitat a la qual ascendeix l'ascensor si l'atmosfera es considera isoterma a 297.0 K. *(2 Punts)*

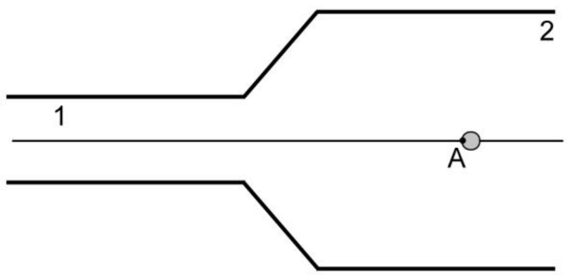
Pressió al peu de l'edifici: P_0 = 1025 hPa
Constant de l'aire: R = 287 J Kg^{-1} K^{-1}
Acceleració de la gravetat: g = 9.81 m s^{-2}

PROBLEMA 4) Un túnel aerodinàmic compta amb dues seccions cilíndriques de diferent diàmetre com en la figura. En la secció 1 de 0.55 m de diàmetre, la pressió estàtica i la temperatura són respectivament de 99200 Pa i 276.5 K. La secció 2, d'1.1 m de diàmetre, conté un cilindre de 12 mm de diàmetre la secció del qual es representa en la figura com un cercle gris. El número de Reynolds per al cilindre, amb grandària característica el seu diàmetre, és Re = 13195. El flux es considera incompressible i estacionari.

a) Determinar les velocitats de l'aire sobre l'eix de la secció 1 i del flux on es troba immers el cilindre, en la secció 2, si sobre la superfície del cilindre existeix un punt d'estancament assenyalat com A, la pressió del qual és Pr = 100410 Pa. *(1 Punt)*

b) Pot considerar-se uniforme el flux en les seccions 1 i 2 del túnel? Raonar la resposta. (2 Punts)

Viscositat dinàmica de l'aire: $\mu = 1.8\times10^{-5}$ Pa s.
Constant de l'aire: R = 287 J Kg^{-1} K^{-1}



SOLUCIONS

PROBLEMA 1)

a) L'angle de gir és

$$\delta = 2\arcsin\left(\frac{1}{e}\right)$$

amb

$$e = 1 + \frac{V_\infty^2 r_\pi}{\mu_M}.$$

Substituint obtenim $e = 96.4987$ i $\delta = 1.1875^{\circ}$. Es tracta d'un angle de gir petit, però que pertorba la trajectòria de la sonda.

b) L'excés de velocitat de la sonda després del sobrevol del paneta és

$$\vec{V}_\infty^+ = \begin{bmatrix} V_{\infty r}^+ \\ V_{\infty\theta}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & -\sin(\delta) \\ \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{\infty r}^- \\ V_{\infty\theta}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{\infty r}^- \cos\delta - V_{\infty\theta}^- \sin\delta \\ V_{\infty r}^- \sin\delta + V_{\infty\theta}^- \cos\delta \end{bmatrix}.$$

Substituint,

$$\vec{V}_\infty^+ = 14133\hat{e}_r + 2183.93\hat{e}_\theta \ (m/s)$$

Per tant, la velocitat heliocèntrica després del sobrevol ($\vec{V}_{H2}$) és

$$\vec{V}_{H2} = \vec{V}_\infty^+ + \vec{V}_{OM} = 16321.5\hat{e}_r + 26972\hat{e}_\theta \ (m/s).$$

c) Quan la sonda entra en el SOI de Mart, la seva velocitat heliocèntrica és

$$\vec{V}_{H1} = \vec{V}_{\infty}^{-} + \vec{V}_{OM} = 16363.8\hat{e}_r + 26678.6\hat{e}_\theta \ (m/s)$$

Per tant la pertorbació de velocitat és

$$\Delta\vec{V}_H = \vec{V}_{H2} - \vec{V}_{H1} = -42.2256\hat{e}_r + 293.369\hat{e}_\theta \ (m/s).$$

d) L'energia total que té la sonda quan abandona el SOI de Mart és

$$\varepsilon = \frac{1}{2}V_{H2}^2 + \frac{\mu_S}{r} = -1.03699\times10^8 \, J/kg.$$

El que determina el semieix gran de la nova òrbita com

$$a = -\frac{\mu_S}{2\varepsilon} = 6.3983\times10^{11} m = 4.27694\, UA.$$

Per una altre banda el moment angular és

$$h = rV_{H2\theta} = 5.95895\times10^{15} \ m^2/s,$$

El que permet determinar l'excentricitat de la nova òrbita

$$e = \sqrt{1 - \frac{h^2}{\mu_S a}} = 0.762745.$$

Finalment el radi de l'afheli de la nova òrbita és

$$r_a = a(1-e) = 1.12786\times10^{12} m = 7.53917 UA.$$

És a dir, que el radi de l'afheli de l'òrbita pertorbada es situa 0.54 UA ≈ 80 milions de quilòmetres més allunyat que el de l'òrbita inicial abans de la trobada amb Mart. Aquest problema ens mostra que petites pertorbacions poden traduir-se en grans alteracions dels paràmetres finals d'una òrbita.

PROBLEMA 2)

La massa del globus és igual a la suma de les masses de la càrrega i del gas

$M_T = M_G + V_G\rho_G = 300kg + 15000m^3 \times 0.11kg/m^3 = 1950\,kg$.

El globus podrà pujar fins que el seu pes sigui igual a l'empenta, $V_G\rho_a g = M_G g$, amb ρ_a la densitat de l'aire. Obtenim que $\rho_a = 0.13kg/m^3$.

Hem de calcular a què altitud tenim $\rho_a = 0.13\,kg/m^3$.

Segons les dades del problema, a la tropopausa a $z_{11} = 11000\,m$ de altitud

$$\rho_{11} = \rho_0\left(1+\frac{\lambda z_{11}}{T_0}\right)^{-\frac{g}{R\lambda}-1} = 0.36103\,kg/m^3,$$

on $\rho_0 = \dfrac{P_0}{RT_0} = 1.225\,kg/m^3$ és la densitat de l'aire a nivell del mar.

Com $\rho_{11} > \rho_a$ el globus pot ascendir encara més. Vegem si tenim una solució dins de la zona isoterma de l'estratosfera. En aquesta regió $\rho_a = \rho_{11}e^{-\frac{g}{RT_0}(z-z_{11})}$ i $z = 17638.74\,m$.

Com $z < 25000\,m$ concloem que 17638.74 m és l'altitud a la que arribarà el globus.

PROBLEMA 3)

Si l'atmosfera és isoterma la pressió varia amb l'altura com $P = P_0 e^{-\frac{g}{RT_0}z}$, on $T_0 = 297.0K$. Quan l'ascensor puja a la velocitat vertical w, la variació de pressió que experimenta un usuari dins del mateix es

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + w\frac{\partial P}{\partial z}.$$

$P = P(z)$ i $\partial P/\partial t = 0$.

Quan comença a pujar des de la planta baixa, per a un usuari que es trobi en el seu interior

$$\frac{DP}{Dt} \simeq \frac{\Delta P}{\Delta t} = -5\times 10^{-4}\, Pa/s \quad \text{y} \quad \left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=0} = -\frac{g}{RT_0} P_0 .$$

Per tant

$$w = \frac{DP/Dt}{\partial P/\partial z|_{z=0}} \simeq 4.35\, m/s \, .$$

PROBLEMA 4)

a) La densitat de l'aire a l'entrada de la secció 1 és

$$\rho = \frac{P_1}{RT_1} = 1.25\, kg/m^3 ,$$

que podem considerar constant en tot el túnel de vent.

El número de Reynolds ens diu quina és la velocitat del flux on es troba immers el cilindre, ja que $\mathrm{Re} = \frac{\rho U L}{\mu}$ y $U \simeq \frac{\mu \mathrm{Re}}{\rho L}$, i a la secció 2 obtenim $U_2 = 15.83 m/s$.

Per a calcular la velocitat en l'eix de la secció 1 podem aplicar el teorema de Bernoulli ja que el flux és incompressible i estacionari i considerem que els efectes viscosos són menyspreables. Sobre la línia de corrent que va d'1 al punt de recés A, tenim que

$$U_1 = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}} = 44\, m/s \, .$$

b) Si el flux és incompressible i estacionari el cabal d'aire que entra per la secció 1, Q_1, ha de ser igual al que sorti per la secció 2 Q_2. Si a més el camp de velocitats és uniforme hauria de verificar-se que $U_1 A_1 = U_2 A_2$. Però $U_1 A_1 = 10.45\, m^3/s$ y $U_2 A_2 = 15.04\, m^3/s$. I concloem que el flux no és uniforme.

EXAMENS PARCIALS

HG

11/11/20

1/5

Problema 1

Total 0.6

a) $\delta = 2\arcsin(1/e) \rightarrow$ hay que encontrar e

0.3

$$V_\infty = \sqrt{14175,2^2 + 1890,57^2} = 14300,71 \text{ m/s}$$

$$e = 1 + \frac{V_\infty^2 \cdot r_\pi}{\mu_M} \; ; \; e = 1 + \frac{(14300,71)^2 \cdot 2\cdot 10^7}{4,283\cdot 10^{13}} = 1,066$$

$$\delta = 2\arcsin\left(\frac{1}{1,066}\right) = 2,43 \text{ rad}$$

~~139,46°~~ 1.1875°

b) $\frac{V_\infty^2}{2} = \frac{1}{2}(\Delta V_{sonda})^2 - \frac{\mu_M}{r_\pi}$; ?

$$\frac{14300,71^2}{2} = \frac{1}{2}(\Delta V_{sonda})^2 - \frac{4,283\cdot 10^{13}}{2\cdot 10^7} \; ; \; \Delta V_{sonda} = 14315,67 \text{ m/s}$$

0

$\Delta V_{sonda} = V_M - v_{sonda}$;

$$v_{sonda} = \sqrt{2188,56^2 + 24788^2} - 14315,67 = 10568,75 \text{ m/s}$$

c) $$\bar{V}_\infty^+ = \begin{pmatrix} \cos\delta & -\sin\delta \\ \sin\delta & \cos\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14175,2 \\ 1890,57 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12001,3 \\ 7776,8 \end{pmatrix}$$

$$V_{sonda\,\theta} = (14175,2 + 12001,3)\,\bar{e}_r + (1890,57 + 7776,8)\,\bar{e}_\theta$$
$$= 26176,5\,\bar{e}_r + 5886,23\,\bar{e}_\theta$$

0

2/2,5

d)

$v_M = \sqrt{2188,56^2 + 24788^2} = 24884,42\ m/s$ ✓

$\mathcal{E} = \frac{1}{2} v_M^2 - \frac{\mu_S}{1,47r}$; $\mathcal{E} = \frac{1}{2}\ 24884,4^2 - \frac{1,327 \cdot 10^{20}}{1,476 \cdot 1,496 \cdot 10^{11}}$

$\mathcal{E} = -2,913 \cdot 10^8\ J/kg$ ✓

$a = -\frac{\mu}{2\mathcal{E}}$; $a = \frac{-1,327 \cdot 10^{20}}{2 \cdot 2,913 \cdot 10^8} = 2,27 \cdot 10^{11}\ m$

0.3

$a = \frac{r_p + r_a}{2}$; $r_a = 2a - r_p = 2 \cdot 2,27 \cdot 10^{11} - 1,476 \cdot 1,496 \cdot 10^{11}$;

?

$r_a = 2,346 \cdot 10^{11}\ m = \cancel{1,56}\ UA$

7.54 UA

11/11/20

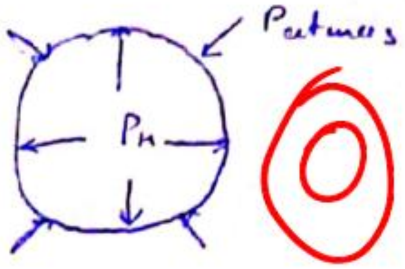
HG

3/5

Problema 2

$$\left.\begin{array}{l} V = 15000\ m^3 \\ m = 300\ kg \\ \rho_H = 0{,}11\ kg/m^3 \end{array}\right\} \quad m_T = 300 + \overbrace{15\,000 \cdot 0{,}11}^{1650 = m_H} = 1950\ kg$$

Arribará a una altitud en que ~~$P_H > P_{atmos}$~~



$$\frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{r}{3} \ ; \ S = \frac{3V}{r}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 15000 \ ; \ r = 15{,}3\ m$$

$$S = \frac{3 \cdot 15000}{15{,}3} = 2941{,}17\ m^2$$

$$P_H = \frac{m_H \cdot g}{S} = \frac{1650 \cdot 9{,}81}{2941{,}17} = 5{,}5\ Pa$$

$$P_{11} = P_0 \left(\frac{288{,}16 - 6 \cdot 11}{288{,}16}\right)^{-\frac{9{,}81}{287(-6 \cdot 10^{-3})}} = 23022{,}59\ Pa$$

→ Sobrepasa troposfera

$$P_{25} = P_{11}\, e^{-\frac{9{,}81}{287 \cdot 216{,}66}(25-11)\cdot 10^3} = 2528{,}88\ Pa$$

→ sobrepasa estratosfera

$$P = P_{25} \left(\frac{216{,}66 + 3{,}5 \cdot z}{216{,}66}\right)^{-\frac{9{,}81}{287 \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-3}}} = 5{,}5 \ ; \ z = \cancel{54\ km}$$

HG

11/11/20

4/21 S

Problema 3

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t}^{0} + w\frac{\partial P}{\partial z} \quad \checkmark \quad 0.4$$

Atmósfera isoterma

$$\cancel{P = P_0\left(\frac{T_0 + \lambda z}{T_0}\right)^{-\frac{g_0}{R\lambda}}} \; ; \; P'(z) \cancel{= P_0\left(\frac{T_0 + \lambda z}{T_0}\right)^{-g_0/R\lambda - 1}} \cdot \frac{-g_0}{R\lambda} \cdot \frac{\lambda}{T_0}$$

T zeta

$$P'(z) = -\frac{P_0 \cdot g_0}{R T_0} \quad \checkmark \quad 0.4$$

-5×10^{-4} Pa/s

$$0{,}03 = w\,\frac{P_0 \cdot g_0}{R T_0} \; ; \; w = \frac{0{,}03 \; R \cdot T_0}{P_0 \cdot g_0} \; ;$$

$w = \cancel{0{,}25}$ m/s

4.34 m/s

Total 0.8

Problema 4

Total 1.5

3/5

a)

$$P_2 + \frac{1}{2} \rho_2 \cdot v_2^2 = 100410; \qquad Re = \frac{\rho_2 \, v_2 \cdot d}{\mu}; \checkmark$$

$$P_2 + \frac{1}{2} \frac{Re \, \mu \cdot v_2}{d} = 100410 \qquad \rho_2 = \frac{Re \cdot \mu}{v_2 \cdot d}$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho_1 \cdot v_1^2 = 100410 = P_1 + \frac{1}{2} \rho_1 \left(\frac{A_2}{A_1} v_2\right)^2$$

$$99200 + \frac{1}{2} \frac{99200}{287 \cdot 226{,}5} \cdot \left(\frac{1{,}1^2}{(0{,}55)^2} \cdot v_2\right)^2 = 100410;$$

$v_2 = 10{,}99$ m/s $\rightarrow v_1 = 43{,}96$ ✓ 0.6

b)

$$\cancel{\rho_1 = \frac{99200}{287 \cdot 226{,}5} = 1{,}25 \text{ kg}}$$

$$\cancel{\rho_2 = 13195 \cdot 1{,}8 \cdot 10}$$

Total

✓ 0.4

$$\rho_1 = \frac{99200}{287 \cdot 256{,}5} = 1{,}25$$

$$\rho_L = \frac{13195 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-5}}{10{,}99 \cdot 12 \cdot 10^{-3}} = 1{,}80$$

No uniforme ✓

0.5

MC

Parcial VA

Total 2

Problema 1

r_π: 1 UA

r_a: 7 UA

Jupiter Orbita a 5.2 UA SOL

20.000 Km centro del planeta

a) $\bar{V}_\partial^- = 14175.2\ \hat{er} + 1890.57\ \hat{e\partial}\ [m/s]$

1

$\delta = 2\arcsin\left(\frac{1}{e}\right)$

$e = 1 + \frac{V_\partial^2 r_\pi}{\mu_M}$

$r_\pi \rightarrow 20.000$ Km

$\mu_M \rightarrow 4{,}283 \times 10^{13}\ \frac{m^3}{s^2}$

$|V_\partial|^2 = 204510550$

$e = 96{,}5$

✓

$\delta = 2\arcsin\left(\frac{1}{e}\right)$

$\boxed{\delta = 1{,}18^\circ}$

$V_\partial^+ = \begin{bmatrix} \cos\delta & -\sin\delta \\ \sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14175.2 \\ 1890.57 \end{bmatrix}$

b) $\bar{V}_M = 2188{,}56\ \hat{er} + 24788\ \hat{e\partial}\ (m/s)$

✓

0.5

$\bar{V}_\partial^- = \bar{v}_{sonda} - \bar{V}_M$

$\boxed{\bar{v}_{sonda} = 16321{,}82\ \hat{er} + 26970{,}08\ \hat{e\partial}\ [\frac{m}{s}]}$

$V_\partial^+ = 14133{,}26\ \hat{er} + 2182{,}08\ \hat{e\partial}$

1/5

MC

c) $\bar{V}_{sonda\ abans} - \bar{V}_{sonda\ després}$

$V_\infty^- = \bar{V}_{s1} - \bar{V}_{Hoh}$

↓

sonda inici

$\bar{V}_{s1} = V_\infty^+ + V_{OM} = (14175,2\,\hat{e_r} + 1890,57\,\hat{e_\theta}) + (2188,56\,\hat{e_r} + 24788\,\hat{e_\theta})$

$\bar{V}_{s1} = (16363,76\,\hat{e_r} + 26678,37\,\hat{e_\theta})$ m/s

$V_{sF} = (16321,82\,\hat{e_r} + 26970,06\,\hat{e_\theta})$ m/s

$\Delta V = V_{sF} - V_{s1}$

$\boxed{\Delta V = (-41,94\,\hat{e_r}\ ,\ 291,51\,\hat{e_\theta})\ \text{m/s}}$ ✓ 0.5

d) Afelio sonda → 1,47661 UA sol

Afelio original → 7UA

$h = r v_\theta$ → ~~$r v_\theta$~~

$h = 5,3 \times 10^{11}$

$r_a = \dfrac{h^2/\mu}{1-e}$

~~rbaa~~ ~~rba~~

0

2/5

MC

Problema 2

0.5

densidad

$V = 15000 \ m^3$ $\rho = 0{,}11 \ \frac{Kg}{m^3}$

$M = 300 \ Kg$

$PV = nRT \rightarrow$ $\rho_0 = \frac{P}{RT} \rightarrow 1{,}223 \ \frac{Kg}{m^3}$

$$\rho(11) = \rho_0 \left(\frac{288{,}15 - 6 \cdot 10^{-3} \cdot 11\,000}{288{,}15} \right)^{\frac{+9{,}81}{287 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} - 1} \longrightarrow \rho_0 \left(\frac{222{,}15}{288{,}15} \right)^{4{,}5989}$$

$$\boxed{\rho(11) = 0{,}361 \ Kg/m^{-3}}$$ ✓

$$P(25) = \rho_{11} \, e^{\frac{-9{,}81}{287 \cdot 222{,}15} \cdot (25000 - 11\,000)} - \rho_{11} \cdot e^{2{,}154}$$

$$\boxed{\rho(25) = 0{,}042 \ Kg/m^3}$$ ✓ — Globus es troba entre 11 i 25 Km ✓

$$\cancel{P(47) = \rho_{25} \left[\frac{222{,}15 + 3{,}5 \cdot 10^{-3} (Z - 25000)}{222{,}15} \right]^{\frac{-9{,}81}{287 \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-3}} - 1}}$$

$$\cancel{P(47) = \rho_{25} \left[\frac{222{,}15 + 3{,}5 \cdot 10^{-3} (Z - 25000)}{222{,}15} \right]^{-9{,}766 - 1}}$$

Arquímedes

$$\rho(z) = \rho_{11} \, e^{\frac{-g}{RT_{11}}(z - z_{11})}$$ ✓

$$\ln \frac{\cancel{0{,}11}}{0{,}361} \cdot \frac{287 \cdot 222{,}15}{-9{,}81} = z - 11\,000$$

$$\ln \frac{\rho(z)}{\rho_{11}} \cdot \frac{RT_{11}}{-g} = z - z_{11}$$

$z = 18724 \ m$

$\rho(z) = 0{,}11$

$$\boxed{z \approx \cancel{18{,}72} \ Km}$$

17640 m

3/5

MC

$P_0 = 1023$ hPa

$R = 287$

$g = 9{,}81$

Problema 3 Total 1.2

↓ 3% cada min

T ct − 297 K

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + u\frac{\partial P}{\partial z}$$ 0.4

$$\frac{DP}{Dt} = -0{,}03\ \frac{Pa}{min}\cdot\frac{1\,min}{60\,s}\ P_0$$ 0.2

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$ 0.4

$$\rho = \frac{P_0}{RT_0} = \frac{1025\cdot 10^2}{287\cdot 297}$$

$$\rho = 1{,}203\ \frac{Kg}{m^3}$$

$$-5{,}10^{-4} = u\cdot(-1{,}203\cdot 9{,}81)$$

Falta multiplicar por P_0 (102300 Pa)

$$\boxed{u = 4{,}2\times 10^{-5}\ m/s}$$

u = 4.2 m/s

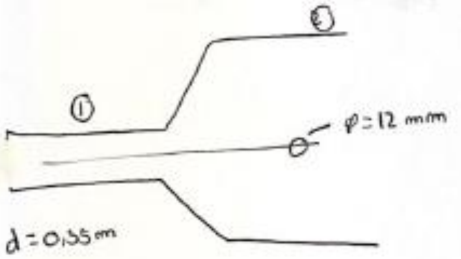
$$\frac{Kg}{m^3}\cdot\frac{m}{s} = \frac{Kg}{m^2 s} - \frac{Pa\ m}{s}$$

El error es dejarte P_0

Problema 4

$d = 1{,}1$ m

Total 1



$Re = 13195$

$d = 0{,}35$ m

$P_1 = 99200$ Pa

$T_1 = 276{,}5$ K

a) $$Re = \frac{\rho_2\ u_2\ (12\cdot 10^{-3})}{1{,}8\times 10^{-5}} = 13195$$

$$13195 = \frac{1{,}25\cdot u_2\,(12\cdot 10^{-3})}{1{,}8\times 10^{-5}}$$ 0.6

$$\boxed{u_2 = 15{,}834\ m/s}$$

$p - ct \rightarrow \rho = \frac{P}{RT}$

↓

En la seccion 1

$$\rho = \frac{99200}{276{,}5\cdot 287} = 1{,}25\ \frac{Kg}{m^3}$$ 0.4

4 / 5

$\rho A_1 u_1 = \rho A_2 u_2$

$u_1 = u_2 \cdot \frac{A_2}{A_1}$ $\quad u_1 = u_2 \left(\frac{0{,}55^2}{0{,}243^2}\right)$ $\quad \boxed{u_1 = 63{,}336 \ \frac{m}{s}}$

No lo podemos calcular así si no es uniforme

b)

$M = \frac{u}{a}$

$a = \sqrt{\gamma RT} \rightarrow \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot 276{,}5} \rightarrow 333{,}31$

Sección 1

$M = \frac{63{,}336}{333{,}31} \rightarrow 0{,}19$ — Como que $M < 0{,}3$ se puede considerar un flujo incompresible

Sección 2

$M = \frac{13{,}534}{333{,}31} \rightarrow 0{,}047$

Flujo uniforme → v ct

$P_T = P + \frac{1}{2} \rho V^2$

En la sección 1

$P_T = 100410$ Pa

$100410 = 99200 + \frac{63{,}336^2}{2} \cdot \rho$ $\qquad \rho = 1{,}25 \ \frac{Kg}{m^3}$

· No podemos considerar el flujo uniforme, ya que la v del flujo en las dos secciones no es la misma. Sí que lo podemos considerar incompresible.

5/5

PP

Parcial

Total 3.4

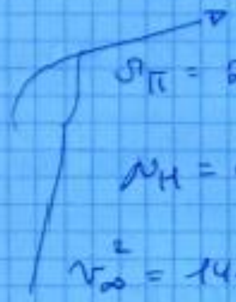
P1

a) $V_\infty^- = 14175,2\, e_r + 1890,57\, \hat{e}_\theta$ (m/s)

Lo calculo angulo pro $\delta = 2\arcsin\left(\frac{1}{e}\right)$ ✓

en hip. $e = 1 + \dfrac{v_\infty^2 \cdot r_\pi}{\mu_H} = 96,498$

1



$r_\pi = 20000\ km = 2\cdot 10^7\ m$

$\mu_H = G \cdot M_H = 4,283\cdot 10^{13}\ m^3 s^{-2}$

$v_\infty^2 = 14175,2^2 + 1890,57^2 = 204,5105\cdot 10^6$

$\delta = 2\arcsin\left(\frac{1}{e}\right) = \boxed{1,1875°}$ ✓

b) $V_M = 2188,56\, \hat{e}_r + 24788,0\, \hat{e}_\theta$ (m/s)

$V_{M_2} = V_\infty^+ + V_M$

Matrices mal multiplicado

$$V_\infty^+ = \begin{pmatrix} \cos\delta & -\sin\delta \\ \sin\delta & \cos\delta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{\infty r}^- \\ V_{\infty\theta}^- \end{pmatrix}$$

$$= V_{\infty_r}^-(\cancel{\cos\delta + \sin\delta}) + \cancel{V_{\infty\theta}^-}(\cos\delta - \sin\delta)$$

$$= 14175,2\cdot \hat{e}_r(\cos 1,1875 + \sin 1,1875) + 1890,57\,\hat{e}_\theta(\cos 1,1875 - \sin 1,1875)$$

$$V_\infty^+ = 14465,926\, e_r + 1850,983\, \hat{e}_\theta$$

$V_{M_2} = (2188,56 + 14465,926)\hat{e}_r$ ✓ $+ (24788,0 + 1850,983)\hat{e}_\theta =$

pag 2/8 **0.3** $$\boxed{V_{H_2} = \cancel{16654},486\,\hat{e}_r + \cancel{26638},983\,\hat{e}_\theta \quad (m/s)}$$

c)

$$V_\infty^- = V_{H_1} - V_M$$

$$V_{H_1} = V_\infty^- + V_H = (14175,2 + 2188,56)\hat{e}_r + (1890,57 + 24788,00)\hat{e}_\theta$$

0.3

$$= 16363,76\,\hat{e}_r + 26678,57\,\hat{e}_\theta$$

Perturbación: $\Delta H_{12} = V_{H_2} - V_{H_1} =$

$$(16654,486 - 16363,76)\hat{e}_r + (26638,983 - 26678,57)\hat{e}_\theta$$

Al revés debido a producto incorrecto de matrices

$$\boxed{\Delta V H_{12} = 290,726\,\hat{e}_r - 39,587\,\hat{e}_\theta}$$

d) • $R_{OR} = 1,47681$ UA

• Ahora es una elipse $\Rightarrow r_a = (1+e)a$

↳ buscamos la a:

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}v^2 - \mu/r = -\mu/2a$$

$$v^2 = V_{H_2}^2 = 16654,486^2 + 26638,983^2$$

(el cálculo del cohete) $= 987,007 \cdot 10^6\ (m/s)^2$

¿ $\mu_S = 1,327 \cdot 10^{20}\ m^3 s^{-2}$

$$r = R_{OR}$$

$$\frac{\mu}{2a} = \mu/r - \frac{1}{2}v^2 \quad \Big\{ \quad a = \frac{\mu}{2(\mu/r - \frac{1}{2}v^2)} = 6,\cancel{12} \cdot 10^{11}\,m$$

398

pag 3/8

En el punto de ab eliptica ~~[illegible]~~ -

$$\textcircled{e} \rightarrow h^2/\mu = a(1-e^2) \Big\} \; e = \sqrt{1 - \frac{h^2}{a\mu_s}}$$

$$h = r \cdot v_0 = r_{ort} \cdot v_{H_0} =$$

$$1{,}476811\,UA \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}\,m \cdot 26638{,}983$$

$$= 5{,}88537 \cdot 10^{15}$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{(5{,}88537 \cdot 10^{15})^2}{\cancel{[illegible]} \cdot 10^{11} \cdot 1{,}327 \cdot 10^{20}}} = 0{,}7605$$

6,192

1.8

$$r_a = (1+e)a = 1{,}0901 \cdot 10^{12}\,m$$

7,531 UA

en UA = 7,~~286~~ UA

el original era 7 UA

Se ha producido una asistencia gravitacional con marte, ganando vel. i entonces incrementando la elipse

aumentado 0,~~286~~ UA

0.54

pag 4/8

$\boxed{P2}$ globo $V = 15000\ m^3$

$m_{\text{sun gas}} = 300\ kg$

lleno de Hidrógeno $\rho_{H_2} = 0,11\ kg/m^3$

Suponiendo que el globo no cambia de vol.,
a qué altitud llega

$$\hookrightarrow \rho_{total} = \frac{m_{total}}{V} = \frac{m_s}{V} + \rho_{H_2}$$

cuando $\rho_{total} = \rho_{atmosfera}$

ya no subirá más

$$\rho_{total} = \frac{300\ kg}{15000} + 0,11 = \boxed{0,13}$$

Seguramente, el globo habrá llegado a
la estratosfera cuando igualen
densidades

isoterma $\rightarrow$ $\rho(z) = \rho_{11} \cdot e^{-\frac{g}{R \cdot T_{11}}(z - z_{11})}$

$$\rho_{11} = \rho_0 \left(\frac{T_0 + \lambda z}{T_0}\right)^{-\frac{g_0}{R\lambda} - 1} \quad \text{para } z = 11$$

$$\circ\ \rho_0 = \frac{P_0}{R T_0} = \frac{101325\ Pa}{287 \cdot 288,16} = 1,2251$$

$$\rho_{11} = 1,251 \left(\frac{288,16 - 0,006 \cdot 11000}{288,16}\right)^{-\frac{9,81}{287 \cdot (-0,006)} - 1}$$

$$= 0,36869\ kg/m^3$$

pg. 5/8

ahora en reg. isoterma

$$\hookrightarrow \rho(z) = \rho_{11} \cdot e^{-\frac{g}{R \cdot T_{11}}(z - z_{11})}$$

$$= 0,36869 \cdot e^{-\frac{9,81}{287 \cdot (288,16 - 0,0065 \cdot 11000)} \cdot (z - z_{11})}$$

$$0,13 = 0,36869 \cdot e^{-0,1538 \cdot 10^{-3}(z - z_{11})}$$

miremos si z entra entre $11 < z < 25$

$$\ln \frac{0,13}{0,36869} = -0,1538 \cdot 10^{-3}(z - 11 \cdot 10^{3})$$

0.9

17639.7m

$$z = \frac{\ln \frac{0,13}{0,36869}}{-0,1538 \cdot 10^{-3}} + 11 \cdot 10^{3} = \boxed{\cancel{17777,77\,m}}$$

está en el rang isoterma

pag 6/8

$\boxed{P3}$

$$\frac{DP}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial P}{\partial t}}_{\emptyset} + \vec{\omega} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \quad \textbf{0.4} \quad \left\{ \frac{dp}{dz} = -\rho g_0 \right\}$$

$\underbrace{\vec{u} : v = 0}$ es un ascensor

$\hookrightarrow dp = -\rho\, g_0\, dz$

$\rho = \frac{P}{RT}$

$dp = -\frac{P}{RT} g_0\, dz$ (*)

$$\frac{DP}{Dt} = \cancel{0{,}03} \qquad P(z) = P_0$$

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{0{,}03 \cdot P}{min} = \frac{0{,}03 \cdot P(z)}{60}$$

$$= \cancel{0{,}0005} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot P(z) \quad \textbf{0.4}$$

$$\ominus\; 5 \cdot 10^{-4} \cdot P(z) = \omega \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = \omega \cdot P(z) \cdot \frac{-g_0}{RT}$$

ph es un ascens

$$\hookrightarrow \omega = \frac{-5 \cdot 10^{-4}}{-\frac{g_0}{RT}}$$

$$= \boxed{4{,}344\ m/s}$$

- $R = 287$
- $T = 297$
- $g_0 = 9{,}81$

(*) $$\frac{dp}{P} = -\frac{g_0}{RT}\, dz$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{g_0}{RT} z$$

Total 2

$$P(z) = P_0 \cdot e^{-\frac{g_0}{RT} \cdot z}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = P_0 \cdot e^{-\frac{g_0}{RT} \cdot z} \cdot -\frac{g_0}{RT} = P(z) \cdot \frac{-g_0}{RT}$$

pag 6/8

$\boxed{P3}$

$$\frac{DP}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial P}{\partial t}}_{\emptyset} + \vec{\omega} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \quad 0.4 \quad \left\{ \frac{dp}{dz} = -\rho g_0 \right\}$$

$\underbrace{\vec{u} : v = 0}$ es un escalar

$\hookrightarrow dp = -\rho\, g_0\, dz$

$\rho = \frac{P}{RT}$

$dp = -\frac{P}{RT} g_0\, dz$ (*)

$$\frac{DP}{Dt} = \cancel{\ldots} \qquad P(z) = P_0$$

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{0{,}03 \cdot P}{min} = \frac{0{,}03 \cdot P(z)}{60}$$

$$= \cancel{\ldots} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot P(z) \quad 0.4$$

$$\ominus\ 5 \cdot 10^{-4} \cdot P(z) = \omega \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = \omega \cdot P(z) \cdot \frac{-g_0}{RT}$$

pk es un descens

$$\hookrightarrow \omega = \frac{-5 \cdot 10^{-4}}{-\frac{g_0}{RT}}$$

$$= \boxed{4{,}344\ m/s}$$

- $R = 287$
- $T = 297$
- $g = 9{,}81$

(*) $$\frac{dp}{P} = -\frac{g_0}{RT}\, dz$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{g_0}{RT} z$$

$$P(z) = P_0 \cdot e^{-\frac{g_0}{RT} \cdot z}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = P_0 \cdot e^{-\frac{g_0}{RT} \cdot z} \cdot -\frac{g_0}{RT} = P(z) \cdot \frac{-g_0}{RT}$$

Total 2

Pg 7/8

P4

Total 1.4

a) $P_r = 100410$ se mantiene constante

con Bernoulli, pq es incompresible e estamos en una sola línea de corriente

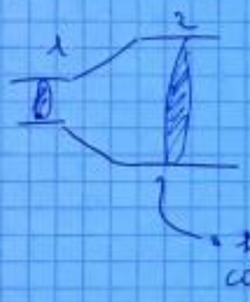
$$P_E + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_r \quad \checkmark \qquad \checkmark 1$$

$P_{E_1} = 99200 \text{ Pa}$ $\qquad v_1 = \sqrt{\frac{2(P_r - P_E)}{\rho}} = \boxed{44 \text{ m/s}}$

$T_1 = 276{,}8 \text{ K}$

$$\rho_2 = \rho_1 = \frac{P_1}{R T_1} = 1{,}25 \frac{kg}{m^3} \quad \checkmark 0.4$$

como es incompresible



$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

$$\rho_1 = \rho_2 \; ; \; v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2} =$$

sección circular $\quad A = \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 \cdot \pi \qquad = 44 \cdot \frac{0{,}55^2}{\cancel{1{,}2^2}} \; \cancel{= 11 \text{ m/s}}$

b) Puede considerarse Uniforme el flujo en las secciones 1 y 2 del túnel?

- Un flujo uniforme, es ~~aquel flujo~~ laminar, no turbulento.

El Re característico de ~~un~~ cilindro es 13195

Si el Re_1 o Re_2 < 13195, son estables i laminares

si lo alcanzan, entonces estará ya en transición i turbulencia, dejando de ser uniforme

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu}$$

$\rho = 1{,}25 \ kg/m^3$

$v_1 = 44 \ m/s$

$v_2 = 11 \ m/s$

$d_1 = 0{,}55 m$

$d_2 = 1{,}1 m$

$\mu = 1{,}8 \cdot 10^{-5} \ Pa \cdot s$

$$Re_1 = \frac{\rho \cdot v_1 \cdot d_1}{\mu} = \underline{\underline{1{,}68 \cdot 10^6}}$$

$$Re_2 = \frac{\rho \cdot v_2 \cdot d_2}{\mu} = \underline{\underline{8{,}4027 \cdot 10^5}}$$

Ambos son mucho mayores al $\underline{\underline{Re = 13195}}$

Son flujos turbulents, que no serán uniformes

11/11/2020
Vehicles Aeroespacials (220013)
Total hojas: 9

AS

Problema 1

Total 4

a) Sobrevuelo de Marte
Exceso de velocidad → órbita hiperbólica

$r_p = 20.000 \text{ Km} = 2\cdot 10^7 \text{ m}$

$\vec{V}_\infty^- = 14175'2\, \hat{e}_r + 1890'57\, \hat{e}_\theta \; \left(\frac{m}{s}\right)$

1

$e = 1 + \frac{V_\infty^2 r_p}{\mu_M}$

$|\vec{V}_\infty| = \sqrt{(14175'2)^2 + (1890'57)^2} = 14\,300'72 \text{ m/s}$

$e = 1 + \frac{(14300'72)^2 \cdot 2\cdot 10^7}{4'283\cdot 10^{13}} = 96'50$ (a bastante grande...)

$\left[\delta = 2\arcsin\left(\frac{1}{e}\right) = 2\arcsin\left(\frac{1}{96'50}\right) = \boxed{1'187^\circ}\right]$ ✓

1

Escaneado con CamScanner

b) $\vec{V}_M = 2188'56\,\hat{e}_r + 24788'00\,\hat{e}_\theta$

$$\vec{V}_\infty^+ = \begin{bmatrix} \cos\delta & -\sin\delta \\ \sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix} \vec{V}_\infty^-$$

$$\begin{bmatrix} V_{\infty r}^+ \\ V_{\infty \theta}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(1'187) & -\sin(1'187) \\ \sin(1'187) & \cos(1'187) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14175'2 \\ 1890'57 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 14132'99 \\ 2183'81 \end{bmatrix} m/s$$

0.5

$\vec{V}_\infty^+ = 14132'99\,\hat{e}_r + 2183'81\,\hat{e}_\theta \quad m/s$

$\boxed{\vec{V}_{H_1}} = \vec{V}_\infty^+ + \vec{V}_M = (14132'99 + 2188'56)\hat{e}_r + (2183'81 + 24788'00)\hat{e}_\theta =$

$= \boxed{16321'55\,\hat{e}_r + 26971'81\,\hat{e}_\theta \ (m/s)}$ ✓

c) $\boxed{\Delta\vec{V}_H} = \vec{V}_{H_1} - \vec{V}_{H_0} = \vec{V}_\infty^+ + \cancel{\vec{V}_M} - (\vec{V}_\infty^- + \cancel{\vec{V}_M}) =$

$\vec{V}_\infty^- = \vec{V}_{H_0} - \vec{V}_M \rightarrow \vec{V}_{H_0} = \vec{V}_\infty^- + \vec{V}_M$

$= \vec{V}_\infty^+ - \vec{V}_\infty^- = (14132'99 - 14175'2)\hat{e}_r + (2183'81 - 1890'57)\hat{e}_\theta =$

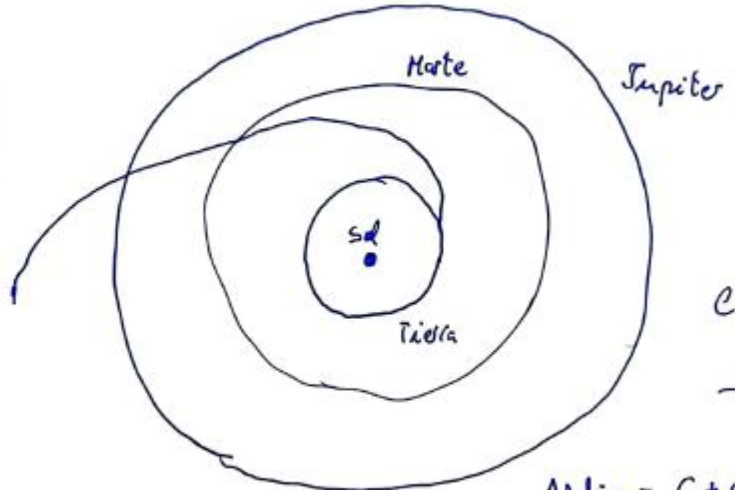
$= \boxed{-42'21\,\hat{e}_r + 293'24\,\hat{e}_\theta \ (m/s)}$ ✓ 0.5

$|\Delta\vec{V}_H| = \sqrt{(-42'21)^2 + (293'24)^2} = 296'26\ m/s$

2

Escaneado con CamScanner

d)



$e = \frac{c}{a} \rightarrow c = ea$

Afelio $= c + a = a(e+1)$

$$V_{M_2} = \sqrt{\mu_s\left(\frac{2}{R} - \frac{1}{a}\right)} \qquad \frac{h^2}{\mu_s} = a(1-e^2)$$

$$\vec{V}_{M_f} = \vec{V}_{M_2} = 16321'55\,\hat{e}_r + 26971'81\,\hat{e}_\theta$$

$$|\vec{V}_{M_f}| = \sqrt{(16321'55)^2 + (26971'81)^2} = 31525'73 \ m/s$$

$R = 1'47681$ UA

$$\frac{V_{M_2}^2}{\mu_s} = \frac{2}{R} - \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{R} - \frac{V_{M_2}^2}{\mu_s}$$

$$\underline{a} = \frac{1}{\frac{2}{R} - \frac{V_{M_2}^2}{\mu_s}} = \frac{1}{\frac{2}{1'47681 \cdot 1'496 \cdot 10^{11}} - \frac{(31525'73)^2}{1'327 \cdot 10^{20}}} = \underline{6'39797 \cdot 10^{11} \ m}$$ ✓

$$\underline{h} = R V_\theta = 1'47681 \cdot 1'496 \cdot 10^{11} \cdot 26971'81 = \underline{5'9589 \cdot 10^{15} \ \frac{m^2}{s}}$$ ✓

3

Escaneado con CamScanner

2

$$\frac{h^2}{a\mu_S} = 1-e^2 \rightarrow \underline{e} = \sqrt{1-\frac{h^2}{a\mu_S}} =$$

$$= \sqrt{1-\frac{(5'9589\cdot 10^{15})^2}{6'39797\cdot 10^{11}\cdot 1'327\cdot 10^{20}}} = \underline{0'76274}$$

elipse: resultado lógico

$$\boxed{R_{afelio} = a(e+1) = 6'39797\cdot 10^{11}\cdot(0'76274+1) = \underline{1'12780\cdot 10^{12}\ m}}$$

$$\| \quad 7'54\ UA$$

$R_{afelio\ nuevo} = 7'54\ UA$

$R_{afelio\ original} = 7\ UA$

Observamos que el afelio nuevo es mayor, de modo que Marte la ha impulsado de forma que ha aumentado las dimensiones de la órbita

4

Escaneado con CamScanner

AS

Problema 2

$V = 15000\, m^3$

$m_{vacío} = 300\, kg$

$H_2 \rightarrow \rho = 0'11\, kg/m^3$

Altitud Final:

Empuje = Peso

$\rho_{aire} V_{ocupado}\, g = \rho_{helio} V_{ocupado}\, g$

Volará hasta que ~~$\rho_{aire} = \rho_{H_2}$~~

Volumen globo no cambia $\rightarrow$ ρ en el globo se mantendrá constante

$$\rho(z) = \rho_0 \left(\frac{T_0 + \lambda z}{T_0} \right)^{-\frac{g}{R\lambda} - 1}$$

$$\rho_0 = \frac{P_0}{R T_0} = \frac{101325}{287 \cdot 288'16} = 1'225\, kg/m^3$$

$$\cancel{\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\lambda z}{T_0}\right)^{-g/R\lambda - 1} \rightarrow \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{1}{-\frac{g}{R\lambda} - 1}} = 1 + \frac{\lambda z}{T_0}}$$

$$\cancel{z = \frac{T_0}{\lambda} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{1}{-\frac{g}{R\lambda} - 1}} - 1 \right] =}$$

$$\cancel{= \frac{288'16}{-6 \cdot 10^{-3}} \cdot \left[\left(\frac{0'11}{1'225}\right)^{\frac{1}{\frac{-9'81}{-6 \cdot 10^{-3} \cdot 287} - 1}} - 1 \right] =}$$

5

Escaneado con CamScanner

Sobrepassa la troposfera? $z = 11000$ m

$$\rho_{11} = \rho_0 \left(\frac{T_0 + \lambda z}{T_0}\right)^{-\frac{g}{R\lambda} - 1} = 1'225 \left(\frac{288'16 - 6\cdot 10^{-3}\cdot 11000}{288'16}\right)^{\frac{-9'81}{-6\cdot 10^{-3}\cdot 287} - 1} =$$

$$= 0'361 \text{ kg/m}^3$$

$\rho_{11} > \rho_{H_2} \rightarrow$ Seguirà pujant

Estratosfera $\rightarrow T = ct$

$$T_{11} = T_0 + \lambda z = 288'16 - 6\cdot 10^{-3}\cdot 11000 = 222'16 \text{ K}$$

$$\rho(z) = \rho_{11}\, e^{\frac{-g}{RT_{11}}(z - z_{11})}$$

Sobrepassa l'estratosfera? $\rightarrow z = 25000$

$$\rho_{25} = 0'361\, e^{\frac{-9'81}{287\cdot 222'16}(25000 - 11000)} = 0'0419 \text{ kg/m}^3$$

$\rho_{25} < \rho_{H_2}$ No!

0.5

$\rho_{H_2} = 0'11 \text{ kg/m}^3$

$$\frac{\rho}{\rho_{11}} = e^{\frac{-g}{RT_{11}}(z - z_{11})} \rightarrow \frac{-g}{RT_{11}}(z - z_{11}) = \ln\left(\frac{\rho}{\rho_{11}}\right)$$

$$z = -\frac{RT_{11}}{g}\ln\left(\frac{\rho}{\rho_{11}}\right) + z_{11} = -\frac{287\cdot 222'16}{9'81}\ln\left(\frac{\cancel{0'11}}{0'361}\right) + 11000 =$$

$$= \boxed{\cancel{18723'97 \text{ m}}}$$

6

Escaneado con CamScanner

Problema 3

$T = ct = 297'0\,K$

$P_0 = 102500\,Pa$

$\cancel{\frac{dP}{dt} = P_0 - 0'03P_0}$

$P = \rho R T \qquad \rho = ct \qquad \rho = \frac{P}{RT} = \frac{102500}{287 \cdot 297} = 1'203\,kg/m^3$ ✓

$\frac{DP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) P$ ✓

$\frac{DP}{dt} = \frac{0'03\,P_0}{min} \cdot \frac{1\,min}{60\,s} = -0'\cancel{005}\,P_0/s$ ✓

-0.0005

$\frac{DP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \vec{u}\,\frac{\partial P}{\partial z}$

$\frac{\partial P}{\partial t} = 0$ ✓

$\frac{DP}{dt} = u\,\frac{\partial P}{\partial z}$ ✓

$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$ ✓

Total 1.9

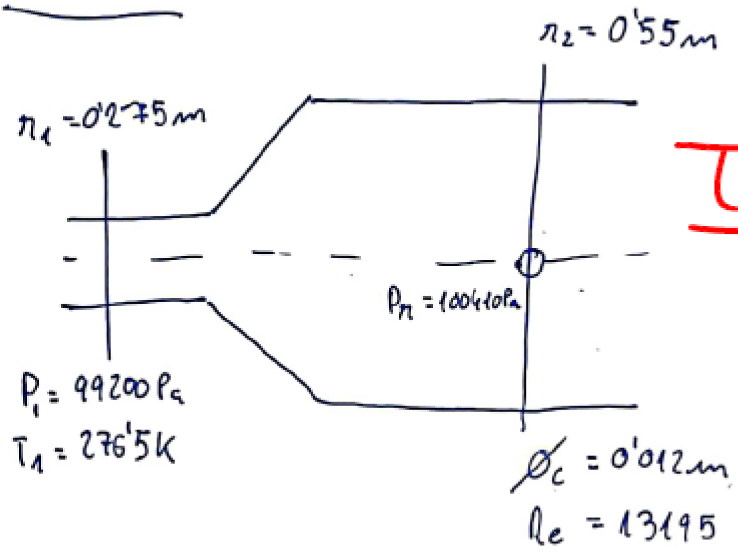
$-0'005\,P_0 = u(-\rho g)$

$$\boxed{u = \frac{-0'005\,P_0}{-\rho g} = \frac{-0'005 \cdot 102500}{-1'203(9'81)} = 4,3'4\,m/s}$$

7

Escaneado con CamScanner

Problema 4



Total 3

a) $\rho_1 = \dfrac{P_1}{RT_1} = \dfrac{99200}{287 \cdot 276'5} = 1'2501\ kg/m^3$ 10.4

$P_1 + \frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_2 V_2^2 = P_n$

$V_1 = \sqrt{\dfrac{2(P_n - P_1)}{\rho_1}} = \sqrt{\dfrac{2\,(100410 - 99200)}{1'2501}} = \boxed{43'998\ m/s}$

$Re = \dfrac{\rho V d}{\mu}$ $\quad P_2 = \rho_2 R T_2$

8

Escaneado con CamScanner

$A_1 = A_2$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 = P_n$$

$$u_1 A_1 = u_2 A_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_n$$ ✓

$$\boxed{V_1} = \sqrt{\frac{2(P_n - P_1)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2(100410 - 99200)}{1'2501}} =$$

V1

$$= \boxed{43'998\ m/s}$$

✓

$$R_e = \frac{\rho V_2 \varnothing_c}{\mu} \rightarrow \boxed{V_2} = \frac{R_e \mu}{\rho \varnothing_c} = \frac{13195 \cdot 1'8 \cdot 10^{-5}}{1'2501 \cdot 0'012} =$$

$$= \boxed{15'83\ m/s}$$ 0.6

b) $v_1 A_1 = v_2 A_2$?

1

$$43'998 \cdot \pi \cdot (0'275)^2 = 15'83\pi(0'55)^2$$

$$3'327 \neq 4'789$$

No se puede considerar uniforme, ya que el ~~???~~ caudal no se mantiene ? Bien!!

9

Escaneado con CamScanner

ENUNCIATS DE L'EXAMEN FINAL

L'examen final es va fer de manera telemàtica. Per disminuir el risc de còpia vaig fer quatre grups A, B, C y D amb els mateixos problemes però amb dades numèriques diferents. A l'índex he posat al costat de les inicials el grup al que pertany l'alumne. Als enunciats s'enumeren les dades corresponent a cada grup.

Problema 1) En un túnel de vent s'efectua un assaig sobre una ala finita rectangular i el seu perfil per a ala infinita a un determinat número de Reynolds. La Figura, al final de l'enunciat del problema, representa el coeficient de sustentació per a l'ala infinita (dades en negre), i per a l'ala finita (dades en vermell) en funció de l'angle d'atac. La longitud de corda és d'1.47 m. L'eficiència de l'ala mesurada és de e_1 = A:0.94, B:0.92, C: 0.9, D: 0.88. Determinar:

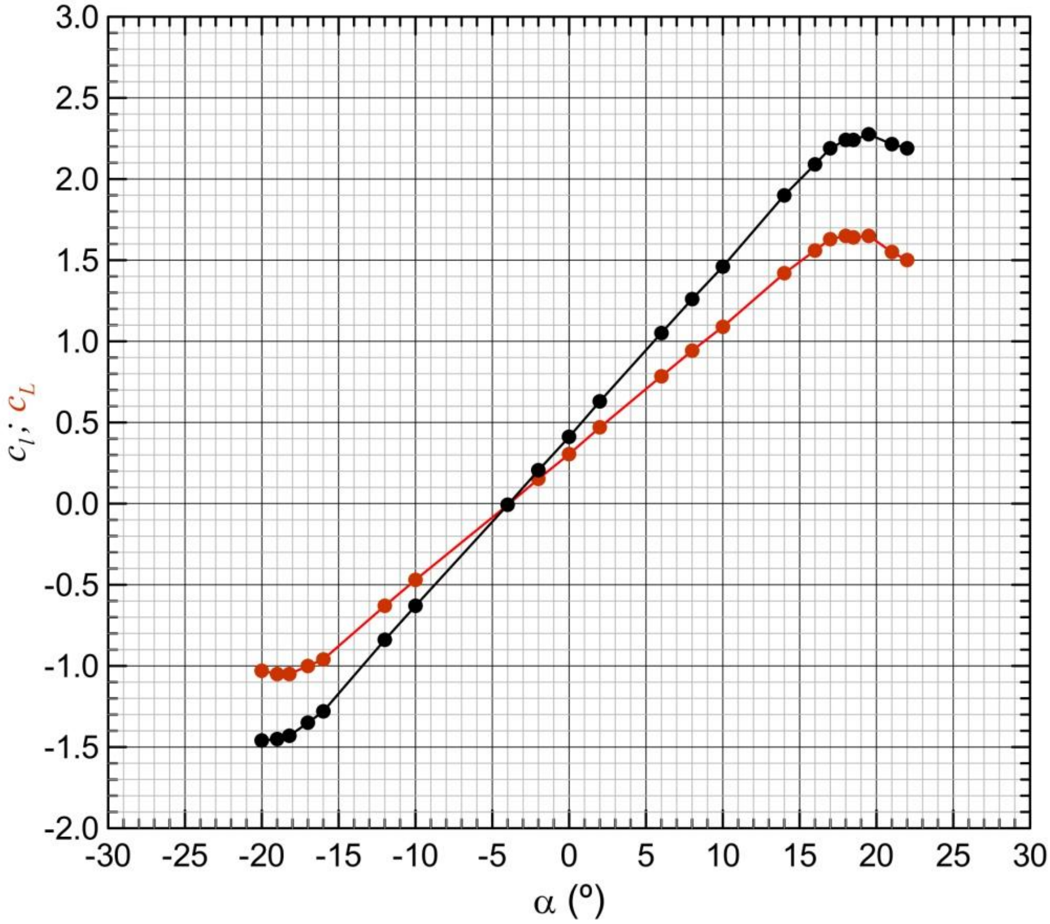
a) L'allargament de l'ala. *(1 punt)*

b) La corba polar de l'ala té l'expressió

$$c_D = c_{D0} + \frac{\left(c_L - c_{L0}\right)^2}{\pi \Lambda e_2},$$

On c_{D0} = A:0.02, B: 0.025, C:0.03, D:0.35 i c_{L0} = A:0.1, B:1.0, C:1.5, D:2.0. Determinar el valor de l'angle d'atac corresponent al coeficient de sustentació òptim $c_{L,opt}$ per a eficiència aerodinàmica màxima. Considerar $e_1 = e_2$. *(2 punts)*.

c) L'ala s'equipa amb un flap d'intradós formant part d'un avió amb una massa de 2500 kg (g = 9.81 m s^{-2}). Quan el flap es desplega en l'aterratge, el coeficient de sustentació del perfil *per a ala infinita* experimenta un increment Δc_l = A:0.8, B:1.0, C:1.5, D:2.0 per a tots els angles d'atac. Determinar la velocitat mínima a nivell del mar a la qual pot volar l'aeronau si l'angle d'atac és de 10°. Suposar que el flap abasta tota l'envergadura de l'ala. *(2 punts).*



PROBLEMA 2) Un avió amb motor alternatiu posseeix les següents característiques:

Massa de l'avió + tripulants	1240 kg
Massa del combustible	160 kg
Envergadura (m)	A:10, B:11, C:12, D:9.5
Superfície alar	17 m^2
Factor de eficiència de Oswald	A:0.9, B:0.92, C:0.88, D:0.85
Coeficient de resistència parasita	0.03
Consum específic	c_P = 0.35 kg kW^{-1} h^{-1}
Eficiència de l'hèlix	0.88
Potencia màxima subministrada per l'eix del motor en funció de la densitat de l'aire.	$P = \frac{\rho}{\rho_0} P_0$; P_0 = 180 kW

Dades atmosfera estàndard:

ρ_0 = 1.225 kg m^{-3}

R = 287 J kg^{-1} K^{-1}

T_0 = 288.16 K

λ = -6.5×10^{-3} K m^{-1}

g = 9.81 m s^{-1}

L'avió s'enlaira des de l'aeroport del Prat amb el dipòsit ple per a cobrir el trajecte de A:550 km entre Barcelona i Madrid; B: 230 km entre Barcelona i Palma; C: 1100 km entre Barcelona i Lisboa; D: 300 km entre Barcelona i Saragossa.

a) Després de l'enlairament i menyspreant el consum de combustible, l'avió realitza una maniobra de viratge horitzontal amb un radi de gir de 500 m a una velocitat de 180 km/h. Determinar l'angle de balanceig, el factor de càrrega i l'eficiència aerodinàmica durant la maniobra si aquesta es realitza a una altitud de 2000 m. *(1.5 punts)*

b) Quan inicia la fase de vol de creuer a 2000 m d'altitud, i suposant que el consum de combustible també ha estat menyspreable en el viratge, quina és la velocitat de vol per a potència requerida mínima? *(1.5 punts)*

c) Calcular el consum de combustible en el vol Barcelona-Madrid quan l'avió vola a un 80% de l'eficiència aerodinàmica màxima. *(1 punt)*

d) Determinar la densitat de l'aire en el sostre de vol absolut quan l'aeronau vola amb tot el combustible. *(1 punt)*

SOLUCIONS

PROBLEMA 1)

a) La relació entre la pendent de l'ala finita $c_{L\alpha}$ i infinita $c_{l\alpha}$ és

$$c_{L\alpha} = \frac{c_{l\alpha}}{1+\dfrac{c_{l\alpha}}{\pi\Lambda}} e_1 ,$$ a on l'allargament és $\Lambda = b^2 / S$.

Llavors $\Lambda = \dfrac{c_{L\alpha} c_{l\alpha}}{\pi\left(c_{l\alpha} e_1 - c_{L\alpha}\right)}$.

De la gràfica $c_{l\alpha} \simeq 6.0\, rad^{-1}$ i $c_{L\alpha} \simeq 4.476\, rad^{-1}$ i finalment

$$\Lambda = \begin{cases} A: 7.344 \\ B: 8.188 \\ C: 9.252 \\ D: 10.63 \end{cases}.$$

b)

$$E = \frac{c_L}{c_D} = \frac{c_L}{c_{D0} + \dfrac{\left(c_L - c_{L0}\right)^2}{\pi \Lambda e}}.$$

E_{max} el tenim per a

$$\left.\frac{dE}{dc_L}\right|_{c_{L,opt}} = 0 \text{ i per tant } c_{L,opt} = \sqrt{\pi \Lambda e c_{D0} + c_{L0}^2}.$$

$$c_{L,opt} = \begin{cases} A: 0.666 \\ B: 0.795 \\ C: 0.828 \\ D: 1.058 \end{cases}.$$

De la gràfica $c_L = 4.476(\alpha + 0.0698)$ $\left(\alpha_{l=0} = -4^\circ\right)$ i

$$\alpha = \begin{cases} A: 4.527^\circ \\ B: 6.174^\circ \\ C: 5.598^\circ \\ D: 9.540^\circ \end{cases}.$$

c) Per ala infinita + flap

$$c_l = c_{l\alpha}\left(\alpha - \alpha_0\right) + \Delta c_l = c_{l\alpha}\left(\alpha - \left(\alpha_0 - \frac{\Delta c_l}{c_{l\alpha}}\right)\right) = c_{l\alpha}\left(\alpha - \alpha_0'\right).$$

Par ala finita sense torsió

$$c_L = c_{L\alpha}\left(\alpha - \alpha_0'\right) = c_{L\alpha}\left(\alpha - \left(\alpha_0 - \frac{\Delta c_l}{c_{l\alpha}}\right)\right).$$

Tenir en compte que $c_{L\alpha}\left(\alpha - \alpha_0'\right) \neq c_{L\alpha}\left(\alpha - \alpha_0\right) + \Delta c_l$.

De les expressions anteriors obtenim per α = 10º, ala finita i flap

$$c_{Lf} = \begin{cases} A: 1.69 \\ B: 1.84 \\ C: 2.21 \\ D: 2.56 \end{cases} \cdot$$

La superfície de l'ala és $S = \Lambda c^2$ a on c és la longitud de la corda.

Com la sustentació $L = W = mg$, la velocitat mínima serà

$$u_S = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_\infty S c_{Lf}}} = \begin{cases} A: 38.63\, m/s \\ B: 35.07\, m/s \\ C: 30.09\, m/s \\ D: 25.96\, m/s \end{cases} \cdot$$

PROBLEMA 2)

a) En un viratge horitzontal coordinat l'angle de balanceig compleix $\cos\mu = \frac{u_\infty^2}{gR}$

per tant $\mu = 27^{\circ}$. El factor de càrrega és $n = \frac{1}{\cos\mu} = 1.122$.

Per a $z = 2000\, m$, $\rho_\infty = 1.006\, kg/m^3$.

$$c_L = \frac{2nW}{\rho_\infty u_\infty^2 S} = 0.7208 \quad \text{i} \quad c_D = c_{D0} + \frac{c_L^2}{\pi \Lambda e}.$$

Finalment $E = c_L / c_D$ obtenint

$$E=\begin{cases}A:11.7\\B:13.04\\C:13.81\\D:10.81\end{cases}.$$

b) Per a potència requerida mínima la relació $c_L^{3/2}/c_D$ ha de ser màxima i $c_{L,opt}=\sqrt{3\pi\Lambda c_{D0}e}$, per tant la velocitat demanada serà

$$u_\infty=\sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty S c_{L,opt}}}=\begin{cases}A:36.23\,m/s\\B:34.35\,m/s\\C:33.26\,m/s\\D:37.70\,m/s\end{cases}.$$

c) Per a un consum de combustible donat, l'abast és

$$s=\frac{\eta_p}{c_p}\frac{c_L}{c_D}\ln\left(\frac{W_0}{W_1}\right)=\frac{\eta_p}{c_p}E\ln\left(\frac{W_0}{W_1}\right).$$

Amb $E=0.8E_{\max}$ i tenint en compte que el consum és $W_0-W_1\left(kg\,o\,N\right)=\Delta W$,

$$\Delta W=W_0\left(1-e^{-s\frac{c_p}{\eta_p}\frac{1}{E}}\right)=\begin{cases}A(BCN-Madrid):85.86\,kg\\B(BCN-Palma):32.92\,kg\\C(BCN-Lisboa):141.66\,kg\\D(BCN-Saragossa):51.38\,kg\end{cases}.$$

d) En el sostre de vol

$$\eta_p\frac{\rho_\infty}{\rho_0}P_0=P_{R,\min}=\sqrt{\frac{2W^3}{\rho_\infty S}}\frac{1}{\left(c_L^{3/2}/c_d\right)_{\max}}.$$

Resultant

$$\rho_\infty = \begin{cases} A: 0.523 kg/m^3 \\ B: 0.471 kg/m^3 \\ C: 0.441 kg/m^3 \\ D: 0.567 kg/m^3 \end{cases}.$$

SC

GREVA
20/01/2021

EXAMEN FINAL: VEHICLES AEROESPACIALS

PROBLEMA 1

Total 0.5

a) Sabemos que $\alpha_i = \frac{C_L}{\pi \Lambda e}$ → donde Λ es el alargamiento

Por tanto para cualquier punto de la zona lineal del grafico de C_L respecto de α encontraremos Λ

0

Para $\alpha = 10° = \frac{\pi}{18}$ rad → $C_L = 1,1$ * Adimensional!

$\frac{\pi}{18} = \frac{C_L\,1,1}{\pi \Lambda e}$ → $\boxed{\cancel{\Lambda = 2,006\,m}}$ $\boxed{\Lambda = \cancel{2,28\,m}}$

b) La eficiencia aerodinámica maxima se da para:

$\cancel{C_{D0}}$ C_{Di}

En este caso el término que corresponde a C_{Di} es:

$$\frac{(C_L - \cancel{C_{L0}})^2}{\pi \Lambda e_2}$$

0

Así que

$$\frac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \Lambda e_2} = C_{D0}.$$

Escaneado con CamScanner

SC

$$0{,}035 = \frac{(C_L - 0{,}3)^2}{\pi \cdot \cancel{2{,}006} \cdot 0{,}88}$$
$2{,}28$

$$C_L = \sqrt{\pi \Lambda C_{D_0} e + C_{L_0}^2}$$

$$C_L - 0{,}3 = \sqrt{0{,}035 \pi \cdot 2{,}28 \cdot 0{,}88}$$

$\boxed{C_L = \cancel{0{,}77}}$ → Este será el óptimo

$C_L = 1.05$

* ~~Corrijo lo anterior ya que he usado α como~~ si fuera α_i lo cual es incorrecto.

~~Usaremos esta expresión~~

$$\cancel{C_{L\alpha} = \frac{C_{l\alpha}}{1 + \frac{C_{l\alpha}}{\pi A \Lambda}}}$$ ~~→ Usando un mismo α para ambos~~

~~para α = 0 → $C_{L\alpha} = 0{,}3$; $C_{l\alpha} = 0{,}4$~~

$$\cancel{0{,}4 = \frac{0{,}3}{1 + \frac{0{,}3}{\pi \Lambda}} \rightarrow \Lambda =}$$

$$\cancel{0{,}4 \cdot \left(1 + \frac{0{,}3}{\pi \Lambda}\right) = 0{,}3}$$

$$\cancel{0{,}4 + \frac{0{,}12}{\pi A \Lambda} = 0{,}3}$$

$$\cancel{\frac{0{,}12}{\pi \Lambda} = 0{,}1}$$

$\cancel{\Lambda =}$

2/7

Escaneado con CamScanner

SC

c) Per tal de volar de manera horitzontal cal que:

$L = W \rightarrow$ En aquest cas $W = m \cdot g = 24525N$

$$24525 = \frac{1}{2} \rho_\infty \cdot U_\infty^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$S = \frac{b^2}{\Lambda} \rightarrow c = \frac{S}{b}$$

$$S = \frac{\left(\frac{S}{c}\right)^2}{\Lambda} \rightarrow S\Lambda = \frac{S^2}{c^2} \rightarrow S = \Lambda c^2 = 1{,}47^2 \cdot 2{,}28 = 4{,}93 m^2$$ ✓

$$U_\infty = \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty \cdot S \cdot C_L}}$$

0.5

Abans hem de trobar el valor de C_L per $\alpha = 10°$

Si mirem el gràfic veiem que $C_{L_{0°}} = 1{,}1$

~~Però com hi ha un augment en el~~

Amb els flaps hi ha un augment $\Delta C_L = 2$

El nou $C_{L_{10°}} = \cancel{2{,}2}$?

Per tant la velocitat mínima serà:

$$U_\infty = \sqrt{\frac{2 \cdot 2500 \cdot 9{,}81}{1{,}225 \cdot 4{,}93 \cdot \cancel{2{,}2}}} = \cancel{60{,}76 m/s}$$ ≈ 26 m/s

3/7

Escaneado con CamScanner

PROBLEMA 2 Total 2

a) Las ecuaciones que describen este movimiento son:

$$\begin{cases} T - D = 0 \\ W - L\cos\mu = 0 \\ L\sin\mu = m \cdot \frac{U_\infty^2}{R} \end{cases}$$

dividimos las dos ultimas

$$tg\mu = \frac{mU_\infty^2}{RW} \rightarrow \text{Sabiendo que } W = m \cdot g$$

$$tg\mu = \frac{U_\infty^2}{Rg} \qquad U_\infty = 180\,km/h = 50\,m/s$$

X $\boxed{\mu = 41{,}604°}$? → Angulo de balanceo

Factor de carga $n = \frac{L}{W} \rightarrow$ si $W = L\cos\mu$

$$n = \frac{\cancel{L}}{\cancel{L}\cos\mu} \rightarrow n = \frac{1}{\cos\mu} = 1{,}337 \text{ X} \quad 1.122$$

1

Ca $L = nW$

Ahora calculamos el coeficiente de sustentación

$$\frac{1}{2}\rho_{2000} \cdot U_\infty^2 \cdot S \cdot C_L = n\,W$$

2000M

$$\rho_{2000} = \rho_0\left(\frac{T_0 - \lambda z}{T_0}\right)^{-\frac{g}{R\lambda}-1} = \cancel{0{,}198}\ 1{,}2016\,kg/m^3 \quad W = (1240+160)g$$

→ 1.006kg/m³

$C_L = \cancel{0{,}0933}\ \cancel{0{,}5338}\ 0{,}36$

4/7

Escaneado con CamScanner

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \Lambda e} \qquad \Lambda = \frac{b^2}{S} = 5{,}31$$

$$C_D = 0{,}03 + \frac{\cancel{0{,}535}\ 0{,}36^2}{\pi \cdot 5{,}31 \cdot 0{,}85} = 0{,}054$$

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \boxed{\cancel{10{,}76}} \rightarrow \text{Eficiencia aerodinámica}$$

$$\boxed{9{,}203} \ \text{X} \quad 10{,}81$$

b) La potencia requerida se obtiene de:

$$P_R \cdot \eta = T_R \cdot U_\infty \rightarrow \text{Con } T_R = \frac{W}{E} = \frac{W}{C_L/C_D}$$

$$P_R = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{W}{C_L/C_D} \cdot U_\infty$$

Sabiendo que

$$L = W = \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_\infty^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$\hookrightarrow U_\infty = \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty \cdot S \cdot C_L}}$$

1

$$P_R = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{W}{C_L/C_D} \cdot \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty \cdot S \cdot C_L}} = \frac{1}{\eta} \cdot \sqrt{\frac{2W^3}{\rho_\infty S}} \cdot \frac{1}{C_L^{3/2}/C_D} \ ✓$$

La potencia mínima vendrá dada por el máximo $C_L^{3/2}/C_D$

esto ocurre para $C_{Di} = 3C_{D0}$ por tanto: ✓

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi \Lambda e} \rightarrow 3C_{D0} = \frac{C_L^2}{\pi \Lambda e} \rightarrow C_L = 1{,}13$$

$$C_{Dt} = C_{D0} + C_{Di} = 4\, C_{D0} = 0{,}12$$

5/A

Escaneado con CamScanner

Sustituyendo todos los valores obtenemos

$$P_e = \frac{1}{0,88} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1400^3 \cdot g}{1,2016 \cdot 17}} \cdot \frac{1}{1,13^{3/2}/0,12}$$

U_∞?

$\boxed{\cancel{P_R = 1978\,W}}$ $\boxed{\cancel{P_R = 1860,73\,W}}$ $\boxed{P_R = 57172,48\,W}$

c) ~~Primero calcularemos el tiempo del viaje~~

Sabemos que el consumo específico c_p corresponde a:

$$C_p = \frac{C}{P_R}$$

Primero debemos calcular la potencia que se usará en el trayecto, rescataremos la fórmula del apartado anterior

$$P_e = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{W}{C_L/C_D} \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}} = \frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{2W^3}{\rho S}} \cdot \frac{1}{C_L^{3/2}/C_D} \quad \times$$

~~Vuelo con $0,8 E_{max} \rightarrow \frac{C_L}{C_D} = 0,8 \sqrt{\frac{\pi \Lambda e}{4 C_{D0}}} = 8,696$~~

~~$C_L = 0,8 C_L$~~

$$S = \frac{\eta}{C_p} \frac{C_L}{C_D} \ln\left(\frac{W_0}{W_1}\right)$$

$$\frac{C_L^{3/2}}{C_D} Max = \frac{1,13^{3/2}}{0,12} = 10,01 \rightarrow 10,01 \cdot 0,8 = 8$$

$$P_R = \frac{1}{\eta} \cdot \sqrt{\frac{2W^3}{\rho S}} \cdot \frac{1}{8} = \cancel{2328,25\,W} \; 71537,45\,W$$

~~$P = \frac{P_R}{\eta}$~~ La velocidad que llevará el avión será

~~$C = C_p P_R$~~ $$U_\infty = \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty \cdot S \cdot C_L}} = \cancel{11,01\,m/s} \; 34,5\,m/s$$

6/7

Escaneado con CamScanner

SC

Debemos recorrer 300 Km a ~~34,81~~ m/s

~~11,01 m/s = 39,65 Km/h~~ $U_\infty = 124,2$ Km/h

$\frac{300}{\cancel{39,65}\ 124,2} = \cancel{7,57h}\ 2,416h$

0

Potencia total gastada:

$P_T = 172,81 W \cdot h$

* $P_T = P_R \cdot t = \cancel{2,132825} \cdot \cancel{7,57}\ 2,416 = \cancel{17,616 KWh}$

71,532 594,59

?

$C = C_p \cdot P_T$

$C = 0,35 \cdot \cancel{17,616}\ 172,81 = \cancel{6,166 kg}$ $\boxed{60,5 kg}$

d) En el punto maximo que puedo volar:

$L = W$

$C_L \cdot \rho_\infty \cdot U_\infty^2 \cdot \frac{1}{2} S = W$

$\rho_\infty = \frac{2W}{C_L \cdot S\, U_\infty^2}$ → para la altura máxima la densidad debe ser mínima y por tanto, para minimizarla usaremos $C_L max$

$C_L max = \sqrt{\pi \Lambda e C_{D0}} = 0,6522$

0

~~$y\ U_\infty^2 = \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty S C_L}}$~~

~~$\rho_\infty = \frac{2W}{C_L S 2}$~~

7/7

Escaneado con CamScanner

OC

20/01/2021

Vehículos Aeroespaciales

"Examen Final"

Problema 1

a) Alargamiento del ala ?

$c = 1'17 m$

$e_1 = 0'9$

Total 3

$$C_{l\alpha} = \frac{C_{l2} - C_{l1}}{\alpha_2 - \alpha_1} \rightarrow \left[\begin{matrix} \alpha_2 = 15^\circ = 0'2618 \, rad & C_{l2} = 2 \\ \alpha_1 = -15^\circ = -0'2618 \, rad & C_{l1} = -1'18 \end{matrix}\right] \rightarrow C_{l\alpha} = 6'07334$$

$$C_{L\alpha} = \frac{C_{L2} - C_{L1}}{\alpha_2 - \alpha_1} \rightarrow \left[\begin{matrix} \alpha_2 = 15^\circ = 0'2618 \, rad & C_{L2} = 1'5 \\ \alpha_1 = -15^\circ = -0'2618 \, rad & C_{L1} = -0'88 \end{matrix}\right] \rightarrow C_{L\alpha} = 4'5454$$

1

$$C_{L\alpha} = \frac{C_{l\alpha} \cdot e}{1 + \frac{C_{l\alpha}}{\pi \Lambda}} \rightarrow \frac{C_{l\alpha}}{\pi \Lambda} = \frac{C_{l\alpha} \, e}{C_{L\alpha}} - 1 \rightarrow \Lambda = \frac{C_{l\alpha}}{\pi \left(\frac{C_{l\alpha} \cdot e}{C_{L\alpha}} - 1 \right)} = \frac{6'07334}{\pi \left(\frac{6'07334 \cdot 0'9}{4'5454} - 1 \right)}$$

$$\boxed{\Lambda = 9'54}$$

b) $C_D = C_{D0} + \frac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \Lambda e_2}$ $\quad C_{D0} = 0'03$, $C_{L0} = 0'25$, $e_1 = e_2$, ángulo de ataque para coef. sustentación $C_{L opt}$ para E_{max}.

$E = \frac{C_L}{C_D} \Rightarrow E_{max}$ $\quad \frac{\partial E}{\partial C_L} = 0$

⊕ siguiente página

N4

Escaneado con CamScanner

c) Flap → m = 2500 kg → stemryle → $\Delta c_l = 1'5$,

v_{min}? (modelo del mo) si: $\alpha = 10°$.

$C_{l\alpha} = 6'0133$ (del "a")

$\alpha_0 = -4°$.

$C_l = C_{l\alpha}(\alpha - \alpha_0)$?

?

?

$C_l = C_{l\alpha}(\alpha - \alpha_0)$

$L = W$ $\frac{1}{2}\rho_0 v_\infty^2 = mg$

$\frac{1}{2}\rho_0 v_\infty^2 c_l = mg$

$$\boxed{v_\infty = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_0 c_l}}}$$

0

b) $\frac{\partial E}{\partial c_L} = 0 \rightarrow E = \frac{c_L}{c_{D0} + \frac{(c_L - c_{L0})^2}{\pi A e}} \rightarrow \frac{\partial E}{\partial c_L} = \frac{\left(c_{D0} + \frac{(c_L - c_{L0})^2}{\pi A e}\right) - \frac{2(c_L - c_{L0})}{\pi A e} \cdot c_L}{\left(c_{D0} + \frac{(c_L - c_{L0})^2}{\pi A e}\right)^2} = 0$

$c_{D0} + \frac{(c_L - c_{L0})^2}{\pi A e} = \frac{2(c_L - c_{L0})}{\pi A e} c_L \rightarrow \pi A e\, c_{D0} + (c_L - c_{L0})^2 = 2c_L^2 - 2c_L c_{L0}$ 2

$\rightarrow \pi A e\, c_{D0} + c_L^2 - \cancel{2c_L c_{L0}} + c_{L0}^2 + \cancel{2c_L c_{L0}} - 2c_L^2 = 0$

$-c_L^2 + c_{L0}^2 + \pi A e\, c_{D0} = 0 \rightarrow c_L = \sqrt{c_{L0}^2 + \pi A e\, c_{D0}}$ ✓

$c_L = \sqrt{0'25^2 + \pi\, 9'54 \cdot 0'9 \cdot 0'03}$ ✓

$\boxed{c_L = 0'934}$ ✓ $\rightarrow \boxed{7°\ \text{aprox}}$

2/4

Escaneado con CamScanner

Problema 2 Total 3

$m_{avió} = 1240\,kg$ $e = 0'88$
$m_{comb} = 100\,kg$ $C_{D0} = 0'03$
$b = 12\,m$ $c_p = 0'35\,kg/kWh$
$S = 17\,m^2$ $\eta_p = 0'88$
$P = \frac{\rho}{\rho_0} P_0 \sim 180\,kW$

Bcn - Lisboa 1100 km

a) $r = 500\,m$ $u = 180\,km/h = 50\,m/s$, angulo de balanceo? factor de carga? eficiencia aerodinamica (si se realiza a $h = 2000\,m$)

Angulo de balance:

Viraje $\rightarrow \begin{cases} W - L\cos\mu = 0 \\ L\sin\mu = ma_c = m\frac{v_\infty^2}{R} \end{cases}$

$\tan\mu = \frac{1}{g}\frac{v_\infty^2}{R} \rightarrow \mu = \arctan\left(\frac{1}{g}\frac{v_\infty^2}{R}\right)$

$\mu = \arctan\left(\frac{1}{9'81}\cdot\frac{50^2}{500}\right)$

$\boxed{\mu = 27^\circ 01^\circ}$ ✓

Factor carga:

$n = \frac{L}{W} = \frac{L}{L\cos\mu} = \frac{1}{\cos\mu} = \boxed{1'122}$ ✓

Eficiencia:

$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D0} + \frac{C_L^2}{n A e}}$ $\left\{ A = \frac{b^2}{S} = \frac{12^2}{17} = 8'47\,m \right.$

$C_L = \frac{L}{q_\infty S} = \frac{W}{\cos\mu}\cdot\frac{1}{q_\infty S} = n\cdot\frac{W}{S}\cdot\frac{2}{\rho_\infty v_\infty^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow C_L = \frac{1'122\cdot 2\cdot 9'81\,(1240+100)}{17\cdot 1'0064\cdot 50^2} = 0'7198$ ✓

$\rho_{2000} = \rho_0\left(\frac{T_{2000}}{T_0}\right)^{-\frac{g}{R\lambda}-1}$

$\rho_{2000} = 1'0064\,kg/m^3$ ✓

$E = \frac{0'7198}{0'03 + \frac{0'7198^2}{\pi\cdot 8'47\cdot 0'88}} = \boxed{13'809}$ ✓

1.5

b) $h = 2000\,m$ (despreciar consumo combustible), velocidad para potencia requerida minima?

Vuelo de crucero ANT

$P = \frac{\rho}{\rho_0} P_0 \rightarrow \eta_h P = T u_\infty$
$T = W/E$

$P = \frac{1}{\eta_h}\cdot\frac{W}{E}\cdot v_\infty = \frac{1}{\eta_h}\frac{W}{E}\cdot\sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty S C_L}} = \frac{1}{\eta_h}\underbrace{\frac{1}{C_L^{3/2}/C_D}}\sqrt{\frac{2W^3}{\rho_\infty S}}$

Pmin només depèn de ( ) $\rightarrow$ Pmin quan $\underbrace{C_{Di} = 3C_{D0}}$ ✓ $\longrightarrow$ 3/4

Escaneado con CamScanner

$\rightarrow c_{D,i} = \frac{c_L^2}{\pi A_e} \rightarrow \frac{c_L^2}{\pi A_e} = 3 c_{D,0} \rightarrow c_L = \sqrt{3 c_{D,0} \pi A_e}$

$c_L = \sqrt{3 \cdot 0'031 \pi \cdot 8'17 \cdot 0'88} = \underline{1'4517}$

$v_\infty = \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty S c_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9'81 (1240 + 110)}{1'0064 \cdot 17 \cdot 1'4517}} \rightarrow \boxed{v_\infty = 33'14 \text{ m/s}}$

1.5

c) consumo Bcn - Lisboa (80%)

...

Escaneado con CamScanner

PA

EXAMEN FINAL

20/01/2021

Vehicles Aeroespacials

① $c = 1,47m$ $e = 0,9$

Total 3.5

a) Δ ?

Tenim C_L ala infinita (negre):

α	C_L
$-10°$	$-0,63$
$10°$	$1,46$

$$C_{L\alpha} = \frac{1,46-(-0,63)}{0,174-(-0,174)} = \underline{6,01}$$

$\alpha = 0,174\,rad$

Tenim per ala finita (vermell):

α (rad)	C_L
$-0,174$	$-0,46$
$0,174$	$1,1$

$$C_{L\alpha} = \frac{1,1-(-0,46)}{0,174-(-0,174)} = \underline{4,48}$$

1

Llavors, aplicant la fórmula:

$$C_{L\alpha} = \frac{C_{l\alpha}}{1+\frac{C_{l\alpha}}{\pi\Delta}e} \; ; \qquad 1+\frac{C_{l\alpha}}{\pi\Delta}e = \frac{C_{l\alpha}}{C_{L\alpha}} \; ;$$

$$\Delta = \frac{C_{l\alpha}}{\left(\frac{C_{l\alpha}}{C_{L\alpha}}e-1\right)\pi} = \frac{6,01}{\left(\frac{6,01}{4,48}0,92-1\right)\pi} = \underline{\underline{8,168}}$$

1/6

Scanned with CamScanner

b) CORBA POLAR $\qquad C_D = C_{D0} + \dfrac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \Lambda e_2}$

- $C_{D0} = 0{,}025$
- $C_{L0} = 0{,}2$

$\rightarrow \alpha ? \rightarrow C_{L,opt} \rightarrow E_{màx}$

$e_1 = e_2 = 0{,}92$

$$E_{MAX} \rightarrow \left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{màx} = \cancel{\sqrt{\frac{\pi \Lambda e}{4 C_{D0}}} = \sqrt{\frac{\pi \cdot 8{,}168 \cdot 0{,}92}{4 \cdot 0{,}025}} = 15{,}365}$$

Per trobar $E_{MAX} \rightarrow \dfrac{\partial E}{\partial C_L} = 0$

$$E = \frac{C_L}{C_{D0} + \dfrac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \Lambda e_2}} \rightarrow \frac{\partial E}{\partial C_L} = \frac{C_{D0} + \dfrac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \Lambda e_2} - C_L \dfrac{2(C_L - C_{L0})}{\pi \Lambda e_2}}{\cancel{\left(C_{D0} + \dfrac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \Lambda e_2}\right)^2}} = 0$$

$$C_{D0} + \frac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \Lambda e_2} - C_L \frac{2(C_L - C_{L0})}{\pi \Lambda e_2} = 0 = C_{D0}\,\pi \Lambda e_2 + (C_L - C_{L0})^2 - C_L\, 2(C_L - C_{L0})$$

$$= C_{D0}\, \pi \Lambda e_2 + \cancel{C_L^2} + C_{L0}^2 - \cancel{2 C_L C_{L0}} - \cancel{2} C_L^2 + \cancel{2 C_L C_{L0}} = 0$$

$C_L^2 = C_{L0}^2 + C_{D0}\, \pi \Lambda e_2$;

$\hookrightarrow C_L = \sqrt{C_{L0}^2 + C_{D0}\, \pi \Lambda e_2} \rightarrow$ serà el C_L òptim

$$C_{L\,opt} = \sqrt{0{,}2^2 + 0{,}025 \pi \cdot 8{,}168 \cdot 0{,}92} = \underline{\underline{0{,}794}}$$

2/6

Scanned with CamScanner

2

Llavors, amb:

$$C_L = C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0) \qquad \alpha_0 = -4° = -0,0698 \text{ rad}$$

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{C_{L\alpha t}}{C_{L\alpha}} = -0,0698 + \frac{0,794}{4,48} = \underline{\underline{0,10743 \text{ rad}}}$$

$$= \underline{\underline{6,155°}}$$

c) FLAP INTRODUÏT

$m = 2500$ kg $\quad g = 9,81 \quad \alpha = 10° \quad V_{min}$?

$\uparrow \Delta C_L = 1,0$ (FLAP) $\rightarrow$ No canvia

0.5

$$\rightarrow W = mg = L = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L$$

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_\infty S C_L}}$$

- $\Lambda = \frac{b}{c}$

$b = c \cdot \Lambda = 1,47 \cdot 8,168$
$= 12$ m

α_0 canviarà al utilitzar el flap ?

$\alpha_{01} = -4° = -0,0698$ rad

- $S = \frac{12^2}{8,168} = 17,63 \text{ m}^3$

Scanned with CamScanner

(P_2)

AVIÓ MOTOR ALTERNATIU

- OEW (+ tripulants) = 1240 kg
- S = 17 m^2
- FW = 160 kg
- e = 0,92
- b = 11 m
- C_{D0} = 0,03
- η = 0,88
- C_p = 0,35 kg $kW^{-1} h^{-1}$
- $P_{max} = \frac{\rho}{\rho_0} P_0$ (P_0 = 180 kW)

Total 4

$\Lambda = \frac{b^2}{S} = 7{,}12$

Dist = 230 km

a) viratge R = 500 m V_∞ = 180 km/h = 50 m/s μ, m, E ?

z = 2000 m

$$\rho(2000) = \rho_0 \left(\frac{288{,}16 - 0{,}0065 \cdot 2000}{288{,}16}\right)^{-\frac{9{,}81}{287(-0{,}0065)} - 1} = 0{,}997 \ \frac{kg}{m^3}$$

EQUACIONS:

$$\left\{\begin{array}{l} L \sin\mu = m\frac{V_\infty^2}{R} \\ L\cos\mu = W \end{array}\right. \quad \div \quad tg\,\mu = \frac{\cancel{m}\, V_\infty^2}{\cancel{m} g R} = \frac{50^2}{9{,}81 \cdot 500} = 0{,}5097$$

$$\mu = arctg(0{,}5097) = \underline{\underline{27^\circ}}$$

$$m = \frac{L}{W} = \frac{\cancel{L}}{\cancel{L}\cos\mu} = \frac{1}{\cos\mu} = \frac{1}{\cos(27)} = \underline{\underline{1{,}122}}$$

1.5

$$\rightarrow C_L = \frac{(160 + 1240)\, 9{,}81}{\frac{1}{2}\, 0{,}997\ 50^2\ 17} = 0{,}648$$

0.72

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \Lambda e}}$$

$$E = \underline{\underline{12{,}854}}$$

13.04

4/6

Scanned with CamScanner

PA

b) GREVER $z = 2000$ V_∞ $P_{R\,min}$?

$\rightarrow T_E = D$ $P_R = \eta P = T_R V_\infty$

$\eta P = \frac{W}{E} \cdot V_\infty = \frac{W}{C_L/C_D} V_\infty$;

$\rightarrow P = \frac{W}{\eta \; C_L/C_D} \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2}\rho_\infty S C_L}} = \frac{1}{\eta \; \frac{C_L^{3/2}}{C_D}} \sqrt{\frac{W^3}{\frac{1}{2}\rho_\infty S}}$

$\hookrightarrow$ máx $\rightarrow P_r$ mín

$\hookrightarrow C_{Di} = 3 C_{D0}$

$\hookrightarrow C_L = \sqrt{3\pi \cdot 7{,}12 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}03}$

$= 1{,}36$

$C_D = C_{D0} + C_{Di} = 4 C_{D0} = 0{,}12$

1.5

máx • $\frac{C_L^{3/2}}{C_D} = \frac{1{,}36^{3/2}}{0{,}12} = 12{,}352$

• $V_\infty = \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2}\rho_\infty S C_L}} = \sqrt{\frac{(1240+160)\cdot 9{,}81}{\frac{1}{2}\, 0{,}997 \cdot 17 \cdot 1{,}36}} = 34{,}52 \text{ m/s}$

• $P_{R\,min} = \frac{1}{0{,}77 \cdot 12{,}352} \sqrt{\frac{((1240+160)9{,}81)^3}{\frac{1}{2}\, 0{,}997 \cdot 17}} = \underline{\underline{50864{,}94 \text{ W}}}$

5/6

Scanned with CamScanner

PA

c) Consum de combustible 80% E_{max}

$$C_p = 0{,}35 kg\ kW^{-1}\ h^{-1} \cdot \frac{9{,}81\ N}{1\ Kg} \cdot \frac{1kW}{1000W} \cdot \frac{1h}{3600s} = 9{,}54 \cdot 10^{-7} \frac{N}{W}$$

$0{,}8\ E_{max} = E_{vol}$

$$S_A = \frac{\eta}{C_p} \underbrace{\left(\frac{C_L}{C_D}\right)}_{0{,}8 E_{max}} \ln\left(\frac{W_0}{W_1}\right) = 230 km$$

$$E_{max} = \sqrt{\frac{\pi A e}{4 C_{D,0}}} = 13{,}1$$

$$E = E_{max} \cdot 0{,}8 = 10{,}48$$

$$\ln\left(\frac{W_0}{W_1}\right) = \frac{S_A\ C_p}{E\ \eta} \ ;$$

$$W_1 = W_0\ e^{-\frac{S_A\ C_p}{E\ \eta}} = 1400\ e^{-\frac{230000\ \ 9{,}54 \cdot 10^{-7}}{10{,}48 \cdot 0{,}88}} =$$

$$= 1367{,}08 kg$$

$$W_1 = 1240 + FW_1 = 1367{,}08 kg$$

$$FW_1 = 127{,}08 kg$$

1

$$\Delta FW = 160 - 127{,}08 = \underline{\underline{32{,}92 kg}}$$ consumit

d) 0

6/6

Scanned with CamScanner

DZ

20/1/2021

Vehículos Aeroespaciales 220013

Examen Final

1- En un túnel de viento...

$C = 1{,}47\,m$ $\quad e = 0{,}88$ Total 5

a) Λ? Como se conoce, la pendiente de la curva para ala ∞ será:

$$C_{l_\alpha}(\infty) = \frac{1{,}48 - (-0{,}63)}{(10+10)\cdot\frac{2\pi}{360}} = \boxed{6{,}045\ \text{rad}^{-1}}$$ ✓

Para el ala finita, se tiene: (cogiendo dos puntos extremos):

$$C_{L_\alpha} = \frac{1{,}08 + 0{,}48}{(10+10)\cdot\frac{2\pi}{360}} = \boxed{4{,}469\ \text{rad}^{-1}}$$ ✓

1/13

Escaneado con CamScanner

DZ

así, si $C_{L\alpha} = \dfrac{Cl_\alpha}{1 + \dfrac{Cl_\alpha}{\pi \Delta}} \cdot e$ V

$$4{,}469 = \frac{6{,}045 \cdot 0{,}88}{1 + \dfrac{6{,}045}{\pi \cdot \Delta}}$$

1

$$\frac{6{,}045}{\pi \Delta} = \frac{6{,}045 \cdot 0{,}88}{4{,}469} - 1$$

V

$$\Delta = \frac{6{,}045}{\left(\dfrac{6{,}045 \cdot 0{,}88}{4{,}469} - 1\right)\pi} = 10{,}18$$

$\Delta = 10{,}19$

b) $C_D = C_{D_0} + \dfrac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \cdot \Delta e_2}$

$C_{D_0} = 0{,}035$

$C_{L0} = 0{,}3 \rightarrow$ cuando no hay sol

α para E max? mín?

Con E max, se tiene: $\longrightarrow$

2/13

DZ

b)

$$E_m = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D0} + \frac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \Delta e_2}}$$ ✓

$$\rightarrow \frac{\partial E}{\partial C_L} = \frac{\left(C_{D0} + \left(\frac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi \Delta e_2}\right)\right) - C_L\left(\frac{2(C_L - C_{L0})}{\pi \Delta e_2}\right)}{} = 0$$ ✓

$$0{,}035 + \frac{(C_L - 0{,}3)^2}{27{,}948} - \frac{2C_L(C_L - C_{L0})}{27{,}948} = 0$$

$$0{,}978 + (C_L - 0{,}3)^2 - 2C_L^2 - 2C_L C_{L0} = 0$$

$C_{L0} = 0{,}3$

2

$$0{,}978 + [\cancel{C_L^2} - 0{,}6C_L + 0{,}09] - \cancel{2}C_L^2 + 0{,}6C_L = 0$$

$[C_L = 1{,}033]$ ✓

↳ Substituyendo ahora en la curva:

Para $-4°$, $C_L = 0$

$$1{,}033 = 4{,}469\left(\alpha - \left(-4 \cdot \frac{2\pi}{360}\right)\right)$$ ✓

$\alpha = 0{,}1643$ rad $\simeq [9{,}25°]$

3/13

Escaneado con CamScanner

c) $m = 2500\ kg$, $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$

$\Delta C_{l\,(ala\,\infty)} = 2$. Velocidad mínima a nivel del mar si $\alpha = 10°$?

Calculamos de nuevo la pendiente del ala ∞:

$$C_{l\alpha} = \frac{3{,}48 - (1{,}37)}{(10+10)\frac{2\pi}{360}} = 6{,}045 \text{ (Obviamente, es igual)}$$

así, la pendiente del ala finita será:

$$C_{L\alpha} = \frac{6{,}045}{1 + \frac{6{,}045}{\pi \cdot 10{,}11}} \cdot 0{,}88 = 4{,}469 \text{ (obvio)}$$

lo importante es observar ahora a que α se obtiene C_{l0}, pero buscando primero C_L, se obtiene: ¿S? → significa: $\frac{b}{c} = \Lambda$ → $c \cdot \Lambda = b$ →

$2500 \cdot 9{,}8 = \frac{1}{2}\ 1{,}225 \frac{kg}{m^3} \cdot (U_\infty)^2$

4/13

Escaneado con CamScanner

DZ

$\rightarrow C \cdot \Delta = b = 1{,}47 \cdot 10{,}11$

$\boxed{b = 14{,}86\,m} \rightarrow \boxed{S = 21{,}84\,m^2}$ ✓ **23 m²**

$2500 \cdot 9{,}8 = \frac{1}{2}\, 1{,}225\, (u_\infty)^2 \cdot 21{,}84 \cdot (C_L)$

→ Para conocer el C_L, es necesario ver la curva:

$C_L = \underbrace{C_{L\alpha}}_{4{,}469} \cdot (\alpha - \alpha_0)$

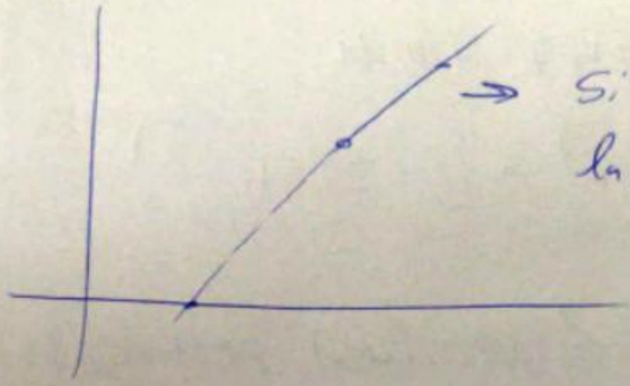
¿cual será ahora α_0?

Teóricamente, los 2 angulos en los que la sustentación se hace 0 deben ser iguales para ala ∞ y real. así →

Escaneado con CamScanner

DZ

7



→ Si concluimos la recta de alu ∞, all: donde se haga 0 deberá estar el 0 para ambos.

Cogiendo 2 puntos nuevos, con una pendiente de 6,045:

$$\frac{y}{x} = 6,0415$$

Cogemos 2 puntos:

P_1: 10, 3,48 → $(x,y) = (10, 3,48) + \lambda(20, 2,11)$

P_2 = -10, 1,37

$$\frac{x-10}{20} = \frac{y-3,48}{2,11}$$

$$\frac{2,11}{20}(x-10) + 3,48 = 0$$

$$x = \alpha(°) = -22,9857°$$

6/13

Escaneado con CamScanner

DZ

→ El valor de $-22,9857°$

será cuando $C_L = 0$, así:

$$C_L = 4,469\,(\alpha + \overbrace{0,40117}^{-(-22,98\cdot\frac{2\pi}{360})})$$ ✓

$C_L(\alpha = 10°) = 2,5728$ ✓

2

así, $U_{mínima}$ será:

$$2500 \cdot 9,8 = \frac{1}{2}\, 1,225\,(U)^2 \cdot 21,45 \cdot 2,5728$$ ✓

$U_{mín} = 26,681 \ m/s$ Bien!!

7/13

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 2: Total 5

→ Motor alternativo:

$M_{a+q} = 1240\,kg$ $\quad S = 17\,m^2$

$M_q = 160\,kg$ $\quad e_{osw} = 0{,}85$

$b = 9{,}5\,m$ $\quad C_{D_0} = 0{,}03$

$\boxed{C_P = 0{,}35\ \frac{kg}{kW\,h} \cdot \frac{1\,h}{3600\,s} \cdot \frac{1\,kW}{1000\,W} \cdot \frac{9{,}8\,N}{1\,kg}}$ ✓

$\eta = 0{,}88$, $P_0 = 180\,kW$, $P = \frac{\rho}{\rho_0} P_0$

300 km,

a) $R = 500\,m$, $u = \frac{180}{3{,}6}\,m/s$. μ? n? E?

$h = 2000\,m$.

Para μ, se cumple que: $\frac{W}{\cos\mu} = L$

$L \sin\mu = m \frac{u_\infty^2}{R} \Rightarrow W \frac{\sin\mu}{\cos\mu} = m \frac{u_\infty^2}{R} \rightarrow \boxed{\mu = \text{arctg}\left(\frac{u_\infty^2}{g\cdot R}\right)}$ ✓

8/13

Escaneado con CamScanner

DZ

→ $\cancel{\mu = 27{,}030}$ → Factor de

$\mu = 27{,}030$ Carga $= \frac{1}{\cos\mu} = \boxed{1{,}122}$

ahora, que C_L es necesario?

$$\frac{W}{\cos\mu} = \frac{1}{2} \rho_\infty \cdot (u_\infty)^2 \cdot S \cdot C_L$$

$$(1240 + 160) \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}122 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}0066 \left(\frac{130}{3{,}6}\right)^2 \cdot 17 \cdot C_L$$

$$\rho = 1{,}225 \left(\frac{288{,}16 - (6{,}5 \cdot Z)}{287{,}16}\right)^{-\frac{9{,}8}{-6{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 287} - 1} = 1{,}0066 \frac{kg}{m^3}$$

$\boxed{C_L = 0{,}7196}$ 1.5

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi e A} = 0{,}03 + \frac{0{,}719^2}{\pi \cdot 0{,}85 \frac{9{,}5^2}{17}}$$

$\boxed{C_D = 0{,}06663}$

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \boxed{10{,}8156}$$

9/15

Escaneado con CamScanner

DZ

b) Velocidad de vuelo para potencia requerida mínima?

La potencia dependerá de:

$$P_r = \frac{1}{\eta}\sqrt{\frac{2W^3}{\rho_\infty \cdot S}}\left(\frac{1}{\left(\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\right)}\right)$$

Potencia q. motor

No es necesario

Para $\frac{C_L^{3/2}}{C_D}$ max, P_r será mínimo.

Esa relación es máxima si

$$C_{D_i} = 3C_{D_0}$$

$$\frac{C_L^2}{\pi \cdot \frac{9,5^2}{17} \cdot 0,75} = 3 \cdot (0,03) \rightarrow C_L = 1,1295$$

1.5

así, la velocidad mínima será:

$$(1240+160)\,9,8 = \frac{1}{2}\, 1,0\ldots\, (U_\infty)^2 \cdot 1,1295 \cdot 17\,m^2$$

$$U_\infty = 37,67\,m/s$$

10/13

Escaneado con CamScanner

DZ

c) Calcular el consumo de combustible en vuelo cuando el avión vuela a un 80% de E:

Es conocido que el alcance (aquí 300000 m) será:

$$S_A = \frac{\eta_P}{C_P}\left(\frac{C_L}{C_D}\right)\cdot \ln\left(\frac{W_0}{W_1}\right)$$ ✓

Es conocido el valor del peso inicial, pero no del final.

Mientras, $S_A = 300\,km$; C_P y η_P son conocidos, y $\frac{C_L}{C_D}(E)$ será MAX si

$$C_{D_i} = C_{D_0} \rightarrow \frac{C_L^2}{\pi A e} = 0{,}03$$

$[A = 5{,}30]$ $\frac{9{,}5^2}{17}$ $0{,}85$

$[C_L = 0{,}6521]$

$$E_{max} = \frac{0{,}6521}{0{,}06} = [10{,}869]$$ ✓ →

11/13

Escaneado con CamScanner

DZ

así, se obtiene:

1

$$300000 = \frac{0{,}88}{9{,}5277 \cdot 10^{-7}} \cdot \left((0{,}8) \cdot 10{,}865\right) \ln\left(\frac{1240\,kg}{w_f}\right)$$

$$0{,}03735 = \ln\left(\frac{1400\,kg}{w_f}\right)$$

$$1400\, e^{-0{,}03735} = w_f = \boxed{1348{,}67\,kg}$$

El consumo será: $1400 - 1348{,}67\,(kg)$

Consumo: 51,3255 kg de comb. ✓

d) Densidad del aire en el techo de vuelo cuando la aeronave vuela con todo el comb.

La potencia requerida será igual a la potencia suministrada →

12/13

Escaneado con CamScanner

→ $\frac{P}{1{,}225} \cdot 180000W = P_{disponible}$ ✓ eje motor

→ Si la potencia requerida es mínima y aún así no se puede acceder a ella (al ser demasiado grande), se llegará al tope de altitud:

$$P_R = \frac{1}{\eta}\sqrt{\frac{2\cdot(1400\cdot 9{,}8)^3}{\rho_\infty \cdot S}} \cdot \frac{1}{(C_L^{3/2}/C_D)}$$

Cuando se obtiene $C_L^{3/2}/C_D$ máximo?

$$3C_{D0} = C_{Di} \Rightarrow \frac{C_L^2}{\pi \cdot 5{,}3 \cdot 0{,}85} = 3\cdot 0{,}03$$

$C_L = 1{,}1295$ $\qquad A = \frac{9{,}5^2}{17}$

$C_D = C_{D}\cdot C_{D0} = 0{,}12$

$$\frac{P}{1{,}225}\cdot 180000 = \frac{1}{0{,}88}\sqrt{\frac{2\cdot(1400\cdot 9{,}8)^3}{\rho\cdot 17}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1{,}1295^{3/2}}{0{,}12}\right)}$$

$$P \cdot 129360{,}271 = \sqrt{\frac{3{,}2383\cdot 10^{11}}{P}}$$

$$\boxed{P = 0{,}56628\ \frac{kg}{m^3}}$$ ✓ $\qquad$ 13/13

1

Escaneado con CamScanner